


# Análisis Económico de los Recursos Naturales no – Renovable: La teoría del Agotamiento

Roger A. Loyola G.; Dr.

Roger A. Loyola G.; Dr.



---

---

---

---


---

---


---

---


Recursos no renovables



Energía  
Minerales



Reproducción de miles de años



Reemplazo es imposible

---

---

---

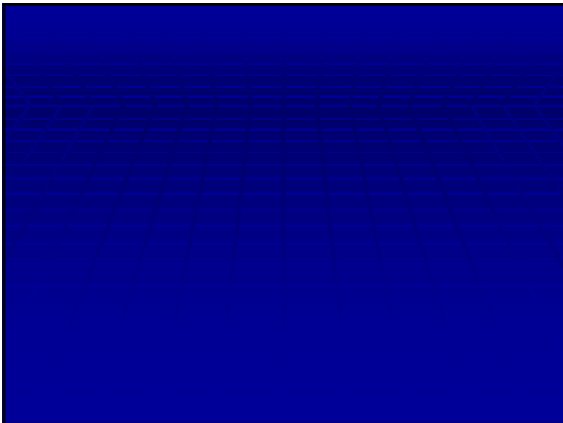
---

---

---

---

---



---

---

---

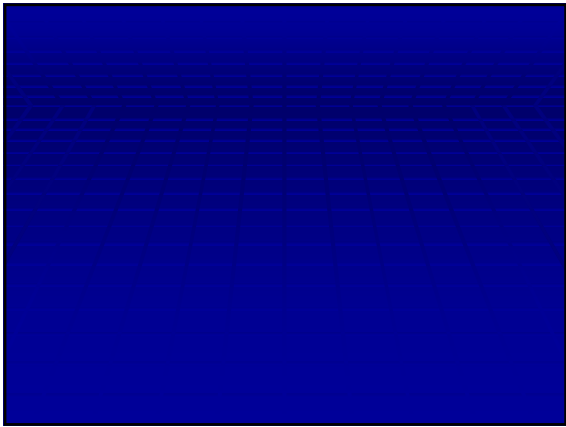
---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---

Realizar la formalización de lo anteriormente visto

↩ Modelos de dinámica comparativa

Se realizará utilizando las 2 principales estructuras de mercado: Competencia perfecta y Monopolio

Estructura de mercado competitiva y extracción social óptima

Obj: Analizar la tasa de extracción de una industria competitiva.

Asunciones: CE = 0

- Empresas tomadoras de precios
- Empresa indiferente en extraer recurso ahora que en futuro.

---

---

---

---

---

---

---

---

Stock utilizado hasta T

Sendero de extracción óptima puede ser encontrada sin recurrir al principio de la maximización.

Dueño de mina es indiferente entre:

$$P_0 = P_0 e^{sT}$$

Cuando el recurso es agotado, no se demanda más  $Q(T) = 0$

Iguala al precio de tecnología  $P_B$   $d(P(T)) = 0$  precio

Demanda inversa

$$P_0 = P_B e^{-st}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

Si se considera un periodo intermedio t:

Se puede hacer:  $P(t) = P_0 e^{-st} e^{st} = P_0 e^{s(t-T)}$

El tiempo al cual el recurso es agotado depende de la integral del stock inicial:

$$S(P_0, s, T) = \int_0^{T_c} Q(t) dt = \int_0^{T_c} d(P_0 e^{s(t-T_c)}) dt = X_0$$

Los resultados son válidos para una industria formada por un gran número de empresas que maximizan el beneficio.

Esto puede ser comparado con el óptimo social donde un planificador determine el sendero de la extracción el cual maximiza el valor presente de una medida del  $\pi$ .

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Asumiendo que costos son cero  $\rightarrow$  Problema se reduce a maximizar Excedente del Cdor.

Excedente del Consumidor:  $u(Q) = \int_0^Q f(w) dw$

Planificador: Maximizar VP del Exc. Cdor. a través de la vida de tiempo del recurso.

Max Q  $\int_0^{T_c} u(Q) e^{-st} dt$  s.a.  $X_0 = X_0$   $\hat{x} = -Q$

Valor corriente del Hamiltoniano es:

$H = u(Q) - uQ$   $\rightarrow$  1er orden  $u'(Q) - u$   
 Condición de costo  $\hat{u} - ru = - \frac{\partial H}{\partial X} = 0$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Notando que:  $u'(Q) = P$  Utilizando ambas ecuaciones:

$s = \frac{\hat{P}}{P}$   $\leftarrow$  Regla de Hotelling

Así el planificador escoge el mismo sendero para la extracción que el de la industria competitiva.

Monopolio

En este caso las cosas son más claras que en el de la competencia perfecta.

$\curvearrowright$  No hay necesidad de asumir el comportamiento de las otras empresas  
 $\rightarrow$  Ver futuro  $\rightarrow$  Expectativa de precio futuro

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Precio de mercado es endógeno al monopolio.

Problema del Monopolio es:

$$\int_0^{T_m} f(Q^m) Q^m e^{-st} dt$$

Sujeto a:

$$s.a. X_0 = X_0 \quad \dot{X} = -Q^m$$

Encontrando el Hamiltoniano

$$H(Q^m, u) = f(Q^m)Q^m - uQ^m$$

u = valor marginal actual de una unidad de stock

---

---

---

---

---

---

---

---

Condiciones de 1er orden:

$$\frac{\partial H}{\partial Q^m} = f(Q^m) + f'(Q^m)Q^m - u = 0$$

Puede ser simplificado usando una función de ingreso

$$R(Q) = f(Q) \cdot Q$$

La función de costo es:  $\hat{u} - ru = -\frac{\partial H}{\partial X} = 0$

De lo cual se puede obtener:

$$\frac{\hat{R}'(Q^m)}{R'(Q^m)} = s$$

Regla de Hotelling para el monopolio.

Monopolio iguala el valor presente del IMg a través del tiempo de vida del recurso.

---

---

---

---

---

---

---

---

El valor del stock a través del tiempo será:

$$u(t) = u(0)e^{st} \quad u(T_m) = u(0)e^{sT_m}$$

$T_m$  → Tiempo que Monopolio acaba su stock

Demanda es cero cuando aparece un recurso más barato:

$$p^B \quad u(T_m) = p^B \quad u(0) = p^B e^{-sT_m}$$

En intervalo (0,  $T_m$ )

$$u(t) = u(0)e^{st} = (p^B e^{-sT_m})e^{st} = p^B e^{s(t-T_m)}$$

Igualando  $\frac{\partial H}{\partial Q^m}$  y anterior:

---

---

---

---

---

---

---

---

$$f(Q^m) + f'(Q^m)Q^m = P^B e^{s(t-T^m)}$$

**Extracción en competencia y monopolio con una curva de demanda lineal.**

Obj: derivar la senda de extracción óptima para industrias competitivas o monopolísticas

Curva de Demanda:

$$Q = d(P) = \frac{P^B}{\beta} - \frac{1}{\beta}P \quad \beta > 0$$

Donde  $P^B$  es precio de tecnología  
 $\beta$  pendiente de función inversa

---

---

---

---

---

---

---

---

Así:  $P = f(Q) = P^B - \beta Q$

$\square$   $Q = 0, P = P^B$ 
 $\square$  Sustituyendo en ecuación anterior para  $T^C$ :

$$\int_0^{T^C} \frac{P^\beta}{\beta} (1 - e^{s(t-T^C)}) dt =$$

$$P^B T^C - \frac{P^B (1 - e^{-sT^C})}{s} = \beta x_0$$

---

---

---

---

---

---

---

---