

1. El valor  $A = \pi^2/6$  (asumir  $\pi = 3.141593$ ) puede ser calculado según la sumatoria de  $k$  desde 1 al infinito de  $1/k^2$ .  
En cada casos la respuesta debe ser expresado como se representa un valor aproximado.

- a) obtener una aproximación del valor de  $A$  con 3 cifras significativas exactas.

```
A = pi^2/6 = 1.644934  
a = 1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + ... + 1/k^2  
Con 3 cifras significativas, error relativo debe ser menor de 0.5E-03
```

```
relativo <- abs(ai - A)/ abs(A)
```

```
A<- pi^2/6  
a <- 0  
k<-0  
while( abs(a-A)/abs(A) > 0.5E-3) {  
k<- k+1  
a <- a + 1/k^2  
  
}  
> print(k)  
[1] 1216  
> print( a)
```

[1] 1.644112 tiene 3 cifras decimales significativas exactas

Si se considera 15 terminos de la serie:

```
a = 1/1^2 + 1/2^2 + 1/3^2 + ... + 1/15^2
```

```
a <- 0  
for( k in 1:15) {  
a <- a + 1/k^2  
}  
absoluto <- abs(a-A)  
relativo <-absoluto/ abs(A)
```

```
-  
a=1.58044028 ± 0.06449
```

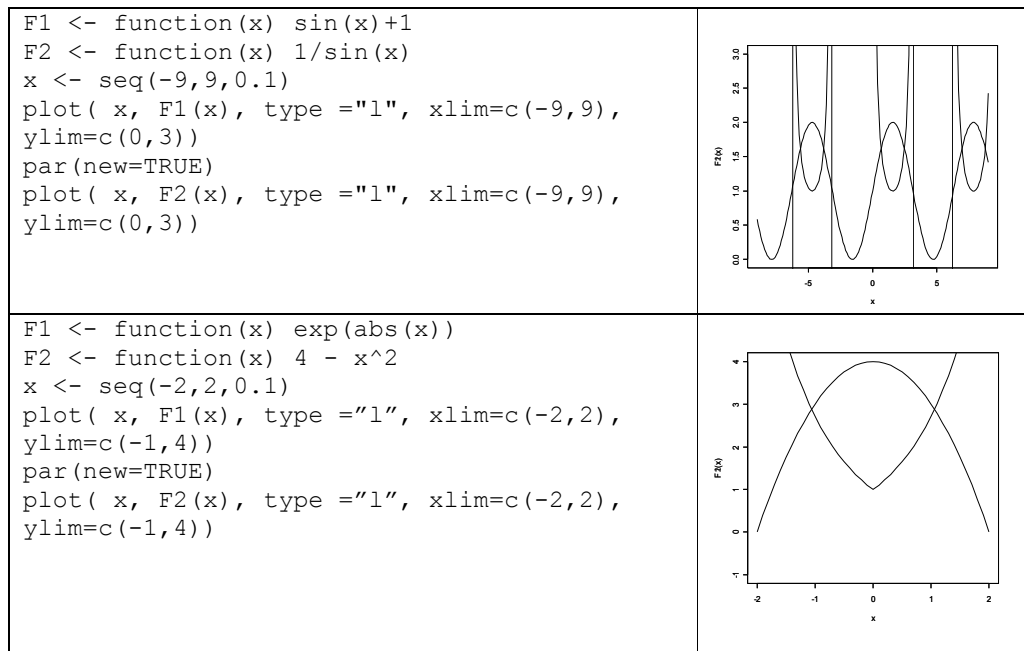
```
relativo = 0.392 E-01 < 0.5 x 10^(-n), en este caso n=1
```

- b) Con un margen de error del 5%  
Esos significa que el error relativo debe ser 0.05

```
A<- pi^2/6  
a <- 0  
k<-0  
while( abs(a-A)/abs(A) > 0.05) {  
k<- k+1  
a <- a + 1/k^2  
error <- abs(a-A)  
}  
a = 1.564977 ± 0.0799  
relativo=error/|A| = 0.04860829 < 0.05  
k = 12
```

2. Localizar los puntos solución a la ecuación, mediante la descomposición de dos funciones.  
 a)  $\text{seno}(x) - \text{cosec}(x) + 1 = 0$   
 b)  $\exp(|x|) + x^2 - 4 = 0$

No utilizar la calculadora, los gráficos deben ser aproximados a simple vista que sea posible identificar las raíces.



3. Hallar las raíz positiva mas cercana a cero de la ecuación  $x \text{tg}(x) = 2$  Use solo dos iteraciones e indique el error absoluto de la expresión:  $x \text{tg}(x)$  en cada caso  
 a) mediante método de bisección.  
 b) mediante método de la secante.

$$f(x) = x \text{tg}(x) - 2$$

Raiz positiva  $x > 0$  y mas cercana a cero.

Por biseccion:

Intervalo (0, 1.5) Esta localizada mediante grafico.

$$a=0, b=1.5$$

$$f(a) \cdot f(b) < 0$$

Primera iteración: punto medio = 0.75

El nuevo intervalo: 0.75

$$f(0.75) \cdot f(1.5) < 0$$

Segunda iteración: punto medio = 1.125

Según el problema,  $x \text{tg}(x) = 2$ , el error absoluto será:

$$x \text{tg}(x) = 1.125 \text{tg}(1.125) = 2.354143$$

$$\text{Error absoluto} = |2.354143 - 2| = 0.354143$$

$$x \text{tg}(x) = 2.354143 \pm 0.354143$$

Secante.

Primeras valores, pueden ser  $x_{-1} = 0$  y  $x_0 = 1$   
 $X1 = (f(1)*0 - f(0)*1)/(f(1) - f(0)) = 1.284185$   
 $X2 = (f(1.284185)*1 - f(1)*1.284185)/(f(1.284185) - f(1)) = 1.044924$

$x \text{ tg}(x) = 1.044924 \text{ tg}(1.044924) = 1.800396$

Error =  $|1.800396 - 2| = 0.199$   
 $x \text{ tg}(x) = 1.800396 \pm 0.199$

4. Hallar dos funciones  $g1(x)$  y  $g2(x)$  de aplicación contraída que permitan obtener el punto fijo que es solución de  $\log(x) - x + 2 = 0$  ( $\log =$  logaritmo neperiano).

Localizada la raíz en el intervalo  $]0, 0.5[$

$g1(x) = x - 0.1 * (\log(x) - x + 2)$ , el valor de 0.1 sería la constante  
 $X0 = 0.2$   
 $X1 = 0.2 - 0.1 * (\log(0.2) - 0.2 + 2) = 0.180944$ , Pertenece al intervalo

$g1(0.2) = 0.180944$   
 $g1(0.180944) = 0.169995$

$|0.169995 - 0.180944| < |0.180944 - 0.2|$   
 $0.010949 < 0.019056$  Satisface.

Si se aplica  $x_{i+1} = x_i - 0.1 (\log(x_i) - x_i + 2)$  Converge a la raíz 0.158594

Otro algoritmo puede ser:

$1 / f'(x_0)$ , para  $x_0 = 0.2$ ,  $1 / (1/x_0 - 2) = 1/3 = 0.3333$

$g2(x) = x - 0.3333 * (\log(x) - x + 2)$

$X0 = 0.2$   
 $X1 = 0.2 - 0.3333 * (\log(0.2) - 0.2 + 2) = 0.136486$ , Pertenece al intervalo

$g1(0.2) = 0.136486$   
 $g1(0.136486) = 0.179155$

$|0.179155 - 0.136486| < |0.136486 - 0.2|$   
 $0.042669 < 0.063514$  Satisface.

Si se aplica  $x_{i+1} = x_i - 0.3333 (\log(x_i) - x_i + 2)$  Converge a la raíz 0.158594

Otras alternativas: Hay 2 raíces en  $(0, 1)$  y  $(3, 4)$

```
g1 <- function(x) exp(x-2)
x0 <- 0.5
x1 <- g1(x0)
> abs(g1(x1)-g1(x0)) / abs(x1-x0)
[1] 0.194905
      Es un valor menor de 1.
x <- 0.5
for(i in 1:10) x <- g1(x)
> x
[1] 0.1585943 Es la raiz
```

```
g2 <- function(x) log(x)+2
x0 <- 3.5
x1 <- g2(x0)
> abs(g2(x1)-g2(x0)) / abs(x1-x0)
[1] 0.2963075
      Es un valor menor de 1
x <- 3.5
for(i in 1:10) x <- g2(x)
> x
[1] 3.146197 Es la raiz
```