

Universidad Nacional Agraria – La Molina  
 Dpto. Estadística e Informática  
 Métodos numéricos y simulación  
 Practica # 1

(5 septiembre de 2012)

Puede utilizar su calculadora programable para facilitar su trabajo.

1. Se desea encontrar la probabilidad  $P(-1 < Z < 1)$  donde  $Z$  es una normal estándar. Utilice el desarrollo de Taylor alrededor de 0 hasta el tercer término, exprese el valor aproximado con su error respectivo. Sugerencia. Expandir la función de densidad con Taylor y luego integre este polinomio entre -1 y 1.

La función de densidad es:  $f(Z) = \exp(-Z^2/2) / (2\pi)^{1/2}$

$f(x) \approx f(0) + (x-0) f'(0) + (x-0)^2 f''(0)/2$

$f'(Z) = -\exp(-Z^2/2) * Z / (2 * \pi)^{1/2}$

$f''(Z) = -(\exp(-Z^2/2) - \exp(-Z^2/2) * Z^2) / \text{sqrt}(2 * \pi)$

$f(0) = 0.3989423$

$f'(0) = 0$

$f''(0) = -0.3989423$

$f(x) \approx 0.3989423 - 0.3989423 x^2/2$

Integrando entre -1 y 1

$\text{Integral}(f, -1, 1) = 0.6649038.$

Valor exacto según tabla (Z)

$P(z < 1) - P(Z < -1) = 0.6826$

```
# Procedimiento en R
F<-expression(exp(-Z^2/2) / sqrt(2*pi))
F1<-D(F, "Z")
F2<-D(F1, "Z")
Z<-0
f<-function(x) eval(F) + (x-Z)*eval(F1) + (x-
Z)^2*eval(F2)/2
integrate(f, -1, 1)
```

2. Hallar los intervalos de aproximación con 3 cifras decimales significativas de los siguientes valores:

a) 0.045834 (Numero impar de la lista)

Para  $n=3$ ,  $m=-2$ , el error es:  $0.5 \times 10^{(-2-3+1)} = 0.5 \times 10^{-4}$

Para  $n=4$ , el error es  $0.5 \times 10^{-5}$

El intervalo para 3 o mas cifras decimales significativas es:

$|a - 0.045834| < 0.5 \times 10^{-4}$ . Siendo "a" positivo.

$0.045834 - 0.5 \times 10^{-4} < a < 0.045834 + 0.5 \times 10^{-4}$

$0.045784 < a < 0.045884$

El intervalo para 4 o mas cifras decimales significativas es:

$0.045834 - 0.5 \times 10^{-5} < a < 0.045834 + 0.5 \times 10^{-5}$

$0.045829 < a < 0.045839$ .

Los intervalos son:

$] 0.045784, 0.045829 [$  y  $] 0.045839, 0.045884 [$

b) 101.0101 (Numero par de la lista)

Para  $n=3$ ,  $m=2$ , el error es:  $0.5 \times 10^{(2-3+1)} = 0.5$

Para  $n=4$ , el error es  $0.5 \times 10^{-1}$

El intervalo para 3 o más cifras decimales significativos es:

$|a - 101.0101| < 0.5$  Siendo "a" positivo.

$101.0101 - 0.5 < a < 101.0101 + 0.5$

$100.5101 < a < 101.5101$

El intervalo para 4 o mas cifras decimales significativos es:

$101.0101 - 0.5 \times 10^{-1} < a < 101.0101 + 0.5 \times 10^{-1}$

$$100.9601 < a < 101.0601.$$

Los intervalos son:

$$] 100.5101, 100.9601 [ \text{ y } ] 101.0601, 101.5101 [$$

3. Se quiere evaluar la función de densidad normal estándar para valores aproximados, expresar el resultado con su error respectivo:

$$f(z) = \exp(-z^2/2) / (2\pi)^{1/2}$$

$$f'(z) = - \exp(-z^2/2) * z / (2 * \pi)^{1/2}$$

Error en la función:

$$E_f = | f'(z) | * \text{Error}(z)$$

Aplicando en cada caso:

- a)  $Z_1 = 2.053$  tiene 2 cifras decimales significativas.

$$f(2.053) = 0.04849265$$

$$E_1 = 0.5 \times 10^{-1} = 0.05$$

$$E_f = | f'(Z_1) | * E_1$$

$$E_f = 0.09955541 * 0.05 = 0.004977771$$

$$f(Z_1) = 0.04849265 \pm 0.004977771$$

- b)  $Z_2 = 0.895$  tiene un error menor de 0.001

$$f(0.895) = 0.267282$$

$$E_2 = 0.001$$

$$E_f = | f'(Z_2) | * E_2$$

$$E_f = 0.2392174 * 0.001 = 0.0002392174$$

$$f(Z_2) = 0.267282 \pm 0.0002392174$$

- c)  $Z_3 = -0.4245$  está redondeado a 3 cifras

$$f(-0.4245) = 0.3645693$$

$$E_3 = 10^{(-1-3+1)} = 0.001$$

$$E_f = |f'(Z_3)| * E_3$$

$$E_f = 0.1546102 * 0.001 = 0.0001546102$$

$$f(Z_3) = 0.3645693 \pm 0.0001546102$$

d)  $Z_4 = -1.01$  tiene un margen de error del 1%, relativo = 0.01

$$f(-1.01) = 0.2395511$$

$$E_4 = 0.01 * 1.01 = 0.0101$$

$$E_f = |f'(Z_4)| * E_4$$

$$E_f = 0.2419466 * 0.0101 = 0.002443661$$

$$f(Z_4) = 0.2395511 \pm 0.002443661$$

4. Se quiere evaluar la suma de cuadrados corregido por su media de 6 valores de X, si todas las aproximaciones tiene un error relativo de 0.1, si los valores de X son: 3.2, 5.1, 4.8, 6.1, 8.2, 10.1

La suma de cuadrados corregidos es:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n \bar{x}^2 = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$X = \{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6\}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2 - (x_1 + x_2 + \dots + x_6)^2 / 6$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 265.75 - 234.375 = 31.375$$

$$\partial f / \partial x_i = 2x_i - 2 \sum x_i / 6 = 2x_i - \sum x_i / 3$$

$$E_1 = 0.1 * 3.2 = 0.32, E_2 = 0.1 * 5.1, \dots, E_6 = 0.1 * 10.1$$

$$E_f = \sum |2x_i - \sum x_i / 3| E_i = 1.952 + 1.173 + 1.392 + 0.183 + 3.198 + 7.777$$

$$E_f = 15.675$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 31.375 \pm 15.675$$

Para el caso de suma de cuadrados sin corregir:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2 = 265.75$$

$$\partial f / \partial x_i = 2x_i$$

$$E_f = \sum |2x_i| E_i = 2.048 + 5.202 + 4.608 + 7.442 + 13.448 + 20.402$$

$$E_f = 53.15$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = 265.75 \pm 53.15$$

Puntaje: 4, 4, 8, 4