

UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA  
 DPTO. Estadística e Informática.  
 Métodos Numéricos y Simulación.  
 Final, Julio del 2016

1. La estación de Juli en Puno registra la precipitación diaria en mm. Durante el mes de enero del 2012, para los días 12 y 14 no tienen registros. Utilice la información del mes y realice una interpolación por diferencias finitas de segundo orden para tener una referencia de sus valores.

28.7, 19.6, 6.5, 0.3, 17.4, 8.6, 12.3, 0.9, 12.4, 0, 0, NA, 0, NA, 0, 1.6, 9.4, 0.6, 5.6, 7.6, 22, 2.5, 5.6, 4, 18.3, 20.6, 7.5, 8.4, 1.2, 2.1, 1.2

Según la tabla y el método de interpolación de segundo orden, para el día 12, se puede utilizar diferencias finitas hacia atrás, dado que del día 1 al 11 tiene espaciamiento de un día.

dia	prec	D1	D2
9	12.4		
10	0	-12.4	
11	0	0	12.4

$$f(x_n + \alpha h) = f_n + \alpha \nabla f_n + \frac{1}{2} \alpha (\alpha + 1) \nabla^2 f_n$$

$$x_{11} + \alpha h = 12; \text{ siendo } h = 1, \text{ entonces } \alpha = 1$$

$$\text{prec}(12) = 0 + 0 + 12.4 = 12.4$$

Para el día 14, se puede utilizar diferencias finitas hacia adelante, dado que del día 15 al 31 tiene espaciamiento de un día.

dia	prec	D1	D2
15	0	1.6	6.2
16	1.6	7.8	-16.6
17	9.4	-8.8	13.8

$$f(x_k + \alpha h) = f_k + \alpha \Delta f_k + \frac{1}{2} \alpha (\alpha - 1) \Delta^2 f_k$$

$$x_{15} + \alpha h = 14; \text{ siendo } h = 1, \text{ entonces } \alpha = -1$$

$$\text{prec}(14) = 0 + (-1) * (1.6) + 0.5 * (-1) * (-2) * 6.2 = 4.6$$

2. Hallar la solución de la ecuación diferencial  $y' = 1/x$ , para  $x=5$ , dado que  $y(1)=0$ , calcular matemáticamente la respuesta y compare con el valor de Euler con  $h=0.5$  y  $h=1$  mediante el error absoluto de las aproximaciones de Euler.

$$Y' = 1/x; Y = \int 1/x dx = \log(x) + c. Y(1) = \log(1) + c = 0; c=0;$$

$$y = \log(x)$$

```
> f<-function(x) log(x)
> real<-f(5)
> cat("Valor real",real,"\n")
```

Valor real 1.609438

```
> y<-NULL;x<-NULL
> x[1] <-1
> y[1]<-0
> h<-0.5
```

```

> for(k in 1:8){
+ x[k+1]<-x[k]+h
+ y[k+1]<-y[k]+h/x[k]
+ }
> cbind(x[9],y[9])

      [,1]      [,2]
[1,]    5 1.828968

> error<-abs(real-y[9])
> cat("Error absoluto:",error,"\n")

```

Error absoluto: 0.2195303

```

> y<-NULL;x<-NULL
> x[1] <-1
> y[1]<-0
> h<-1
> for(k in 1:4){
+ x[k+1]<-x[k]+h
+ y[k+1]<-y[k]+h/x[k]
+ }
> cbind(x[5],y[5])

      [,1]      [,2]
[1,]    5 2.083333

> error<-abs(real-y[5])
> cat("Error absoluto:",error,"\n")

```

Error absoluto: 0.4738954

3. Un proyectil se desplaza en el espacio siguiendo su trayectoria. Al ponerse en orbita la distancia recorrida "y" sigue la siguiente ecuación:  $y' - 10t = te^{-t}$ . A 10 minutos de despejado se encontro a 280 km de su origen. determine a que distancia del origen se encontrará el proyectil a los 12 y 14 minutos si realiza los calculos a espaciamentos de 1 minuto. Use taylor de orden 2.

$$y' - 10t = te^{-t}$$

$$t=10, y(10)=280$$

**Taylor de orden 2:**

$$y_{k+1} = y_k + hy'_k + \frac{h^2}{2}y''_k$$

$$y' = te^{-t} + 10t$$

$$y'' = e^{-t}(1-t) + 10$$

```

> f<-function(t)t*exp(-t)+10*t
> f1<-function(t)exp(-t)*(1-t)+10
> y<-NULL;t<-NULL
> y[1]<-280
> t[1]<-10
> for (k in 1:4){
+ t[k+1]<-t[k]+1

```

```

+ y[k+1]<-y[k] + f(t[k])+ f1(t[k])/2
+ }
> cbind(t[c(1,3,5)],y[c(1,3,5)])

      [,1]      [,2]
[1,]   10 280.0000
[2,]   12 500.0003
[3,]   14 760.0004

```

4. En un estacion de gasolina, se dispone de varios tipos de combustible como GLP y gasolina de diferente octanaje. el consumo en soles ( $x$ ) por cada 5 minutos sigue una ley de probabilidades cuya funcion de densidad es:  $x^2 * e^{-0.5x}/16$ . Según esta ley,  $x$  varia entre 0 e infinito, sin embargo se puede calcular que mayor de 50 soles es cero. Hallar por simulación el consumo de los próximos 10 minutos.

**X: consumo**

$$f(x) = x^2 * e^{-0.5x}/16; 0 < x <$$

Metodo de simulacion rechazo.

se usa una constante  $c$ ; tal que  $c.f(x) < 1$

```

> f<-function(x)x^2*exp(-0.5*x)
> x<-1:50
> c<-1/max(f(x))
> # la constante c = 7.38

```

Aplicando el método para generar los valores aleatorios.

Definir a  $x$  como una función de  $r \in [0, 1]$

Generar  $r_1$  y  $r_2$

$r_2 \leq c f[50r_1]$ , dicho par es aceptado y

$$x = 50 r_1$$

Aplicando:

0.94 0.01; 0.95 0.40; 0.45 0.14; 0.43 0.10; 0.20 0.74; 0.43 0.06; 0.80 0.60; 0.90 0.19; 0.30 0.35; 0.38 0.33; 0.28 0.83

primer par  $r_1=0.94$ ;  $r_2=0.01$

$$0.01 \leq 7.38f(50 * 0.94) = 6.34e - 8, \text{ dicho par no es aceptado}$$

el par  $r_1=0.20$ ,  $r_2=0.74$

$$0.74 \leq 7.38f(50 * 0.2) = 0.31, \text{ dicho par es aceptado}$$

$$x = 50 * 0.2 = 10$$

Buscando otro par:  $r_1=0.28$ ,  $r_2=0.83$  que satisface, entonces:

$$x = 50 * 0.28 = 14$$

por lo tanto en los proximos 10 minutos se tendra  $10+14=24$  soles.

5. Una Fábrica de champoo ha estado experimentando problemas con una de sus máquinas que llena las botellas de champoo que trabajan en dos turnos. Esta máquina tiene una embotelladora con seis cabezas de llenado cada una y deben llenar cada botella con 220 +/- 5 mililitros de champoo. Los clientes se han estado quejando de que algunas de las botellas de champoo no están completamente llenas, por el contrario los directores de la

Fábrica se han quejado de que algunas botellas auditadas antes de ser enviadas contienen demasiado champoo y algunas derraman champoo en el suelo. Se asume que el llenado es aleatorio distribuido normalmente y que esta afecto en forma lineal por el cabezal y el turno y la desviacion estandar de factores no controlados segun estudios descriptivos es  $5mm$  y los promedios por cabezal en el turno de la mañana por cabezal: 221, 224, 219, 223, 218, 220 y por la tarde 215, 222, 215, 225, 214, 218.

- (a) Plantear un modelo que permita simular respuestas por día respecto de cada turno y por cada cabezal.

modelo:  $y_{ij} = \mu + t_i + c_j + \epsilon_{ij}$ ;  $i=1,2$ ;  $j=1,2,3,4,5,6$

$y_{ij}$  la cantidad llenado en cada botella.

$\mu$  la media de llenado.

$t_i$  el efecto del turno

$c_j$  el efecto del cabezal

Estimacion de los parametros:

```
> A<-rbind(c(221, 224, 219, 223, 218, 220),c(215, 222, 215, 225, 214, 218))
> u<-mean(A)
> t<-apply(A,2,mean)-u
> c<-apply(A,1,mean)-u
> print(u)
[1] 219.5
> print(t)
[1] -1.5  3.5 -2.5  4.5 -3.5 -0.5
> print(c)
[1]  1.333333 -1.333333
```

- (b) Simular el llenado de la primera botella del cabezal 3 en el turno de la mañana.

$t_3 = -2.5$

$c_1 = 1.3333$

$\mu = 219.5$

Generando el error aleatorio que sigue una normal con media cero y  $\sigma = 5$ .

utilizando los primero 12 valores aleatorios para generar un valor normal.

$r = 5(\sum r_i - 6) =$

```
> r<-c(0.94, 0.01, 0.95, 0.40, 0.45, 0.14, 0.43, 0.10, 0.20, 0.74, 0.43, 0.06)
> error<-5*(sum(r)-6)
> u <- 219.5
> t3 <- -2.5
> c1 <- 1.3333
> botella<-u+t3+c1+error
> print(botella)
[1] 212.5833
```

El llenado en la primera botella en el turno de la manana por el cabezal 3 es:  
212.6 mililitros.

Puntaje 4 c/u.

Utilizar la tabla de números aleatorios para las preguntas de simulación.

[1] 0.94 0.01 0.95 0.40 0.45 0.14 0.43 0.10 0.20 0.74 0.43 0.06 0.80 0.60 0.90  
[16] 0.19 0.30 0.35 0.38 0.33 0.28 0.83 0.05 0.19 0.71 0.50 0.25 0.96 0.85 0.63  
[31] 0.13 0.71 0.17 0.82 0.49 0.33 0.67 0.04 0.68 0.78 0.40 0.42 0.69 0.77 0.35  
[46] 0.85 0.24 0.63 0.52 0.85 0.05 0.64 0.90 0.09 0.25 0.54 0.39 0.61 0.50 0.61  
[61] 0.21 0.95 0.46 0.35 0.72 0.80 0.91 0.63 0.63 0.52 0.01 0.36 0.90 0.87 0.20