UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
DPTO. Estadística e Informática
Métodos Numéricos y Simulación
Parcial, 16 de Mayo del 2011

1. Aplique los conceptos de teoría de errores:

   a. La siguiente muestra corresponde a la medida de la altura de una muestra de cañihua (cereal andino): 35, 45, 28, 38, 27, 40 cm. Cada medida tiene un error de absoluto de 0.01, 0.04, 0.02, 0.05, 0.03, 0.04 cm. Hallar el margen de error del rango o amplitud de los datos.

      Rango = max – min
      E.rango = E.max + E.min
      Max = 45 +/- 0.04
      Min = 27 +/- 0.03
      Rango = 45-27 = 18
      E.rango = 0.04 + 0.03 = 0.07
      Error relativo = 0.07/18 = 0.00388. El margen de error es 0.38 %

   b. En cierto proceso, el valor obtenido de laboratorio es una lectura, para ser utilizado como valor se aplica la siguiente formula: | lectura – 5| Si la lectura tiene un margen de error menos del 2% cual será el margen de error del valor a ser utilizado?

      $\delta x = 0.02$; $\xi x = 0.02\ |x|$
      $Y = |\ x- 5|$; $dy/dx = -1$ si $x <0$, $dy/dx=1$ si $x >0$ entonces $|dy/dx| = 1$
      $\xi y = \xi x$
      $\delta y = \xi y\ /\ |x-5|$
      $\delta y = 0.02\ |x|\ /\ |x-5|$, el margen de error es expresado en porcentaje.

2. La ecuación $x^2-6x +7 = 0$, tiene raíces positivas. Encuentre ambas raíces con 3 cifras significativas exactas mediante un método iterativo y cual serian las repuestas si se redondea a 3 cifras. (Utilice el método que desee, pero describa el procedimiento seguido.

   Una inspección rápida de localización se puede decir que las raíces se encuentran en los intervalos (1.5, 2) y (4, 4.5)

   Para cumplir la condición de cifras significativas exactas, se requiere:
   $\xi x \leq 0.5 \times 10^{(0-3+1)} = 0.005$ y de redondeo a 3 cifras $\xi x \leq 10^{(0-3+1)} = 0.01$

   Si se aplica bisección los intervalos definidos como (a, b) implicarían un error absoluto de $0.5/2^i$; donde i seria el numero de iteraciones, esto implica realizar:

   $0.5/2^i \leq 0.005$, i=6.64 se requiere 7 iteraciones para 3 cifras significativas
   $0.5/2^i \leq 0.01$, i=5.64 se requiere 6 iteraciones para redondear a 3 cifras.

   Esto significa que utilizando otros métodos la convergencia con los requerimientos solicitados seria mas rápido.

Para fines de un error aproximado por la diferencia respecto al anterior, el error relativo es mas adecuado.
$\delta x \leq 0.5 \times 10^{(-3)} = 0.0005$ para 3 cifras significativas
$\delta x \leq 10^{(-3)} = 0.001$ para redondeo a 3 cifras

Para x en (1.5.2); x0 = 1.5

Con Newton:
$f = x^2 - 6x + 7$
$f' = 2x - 6$

i	x	δx
0	1.5	
1	1.583333	0.052632
2	1.585784	0.001546
3	1.585786	1.34E-06

i	x	δx
0	4	
1	4.5	0.111111
2	4.416667	0.018868
3	4.414216	0.000555
4	4.414214	4.81E-07

x1 = 1.5857 para 3 cifras significativas y también para redondeado a 3 cifras
x2 = 4.414214 para 3 cifras significativas y x2 = 4.414216 para redondeado a 3 cifras

3. Adecuar el sistema de ecuaciones para aplicar un método iterativo para resolver el sistema de ecuaciones.

$2a + 8b - 3c = 15$
$4a - b + c = 1.5$
$a + 2b + 5c = 15.5$

Sol. La matriz de coeficientes no tiene una diagonal dominante; con el siguiente orden se puede lograr una matriz con una diagonal mas dominante, así:

$8b + 2a - 3c = 15$
$-b + 4a + c = 1.5$
$2b + a + 5c = 15.5$

El algoritmo de gauss seidel seria:

$b_{i+1} = (15 - 2a_i + 3c_i)/8$
$a_{i+1} = (1.5 + b_{i+1} - c_i)/4$
$c_{i+1} = (15.5 - 2b_{i+1} - a_{i+1})/5$

i	b	a	c
0	0	0	0
1	1.875	0.84375	2.18125
2	2.482031	0.450195	2.017148
3	2.518882	0.500433	1.992361
4	2.497027	0.501167	2.000956
5	2.500067	0.499778	2.000018

4. Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

   x + y + z = 2
   x + 2y + z = 1
   x + 2y + 2z = 4

   Halle la solución por descomposición en LU; detalle paso a paso el procedimiento a seguir

   A X = B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \; B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

   LU X = B; si se hace Y = UX
   El sistema se traduce en:
   L Y = B

   La matriz descompuesta A en LU es:

$$; \; L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}; U = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   La solución del sistema triangular LY=B, resulta:

   Y= (2, -1, 3)

   Resolviendo el sistema triangular superior U X= Y resulta:

   X= (0, -1, 3)