```
UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
DPTO. Estadística e Informática
Métodos Numéricos y Simulación
```

Parcial, Mayo 2018

1. Las probabilidad de 4 eventos A, B, C y D son : 0.851, 0.916, 0.93201 y 0.981, expresadas con 3, 2, 4 y 2 cifras significativas respectivamente.

- Hallar el error de Y, si $Y = P(A)P(B)P(C)P(D)$.

Sol:

El error de la función f(A,B,C,D) es determinado en función de las derivadas parciales de f

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\right| \Delta X_i$$

Aplicando

$$E_Y = P(B)P(C)P(D)E_A + P(A)P(C)P(D)E_B + P(A)P(B)P(D)E_C + P(A)P(B)P(C)E_D$$

```
P<-c(0.851,0.916,0.93201,0.981)
Y<- prod(P)
E<-c(0.5E-3,0.5E-2,0.5E-4,-0.5E-2)
Ey<-P%*%E
cat("Error en Y es:",abs(Ey),"\n")

Error en Y es: 0.0001471005
```

- La probabilidad de la unión $P(A \cup B)$ es 0.95, hallar el número de cifras significativas de probabilidad condicional $P(A/B)$.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$PA/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$E(A \cap B){:}\, E_a + E_b$$

$$E(A/B){:} \frac{E_a}{P(B)} - \frac{P(A)E_b}{P^2(B)}$$

```
Pab<-P[1]+P[2]-0.95
Eab<-E[1]+E[2]
condicional <- Pab/P[2]
Econdicional<-E[1]/P[1]-P[1]*E[2]/P[2]^2
cat("Error P(A/B):",abs(Econdicional),"\n")

Error P(A/B): 0.004483631
```

El error es $0.4\ 10^{-2}$, entonces, como $m = -1$ (valor de probabilidad), $m - n + 1 = -2$ implica $n = 2$.

Son dos cifras significativas para el valor de la probabilidad condicional.

2. Dada la siguiente función $f(x, y) = x^2 - y + 1$, $g(x, y) = y^2 - x - 3$

- Localice las raíces utilizando el criterio de intersección de funciones.

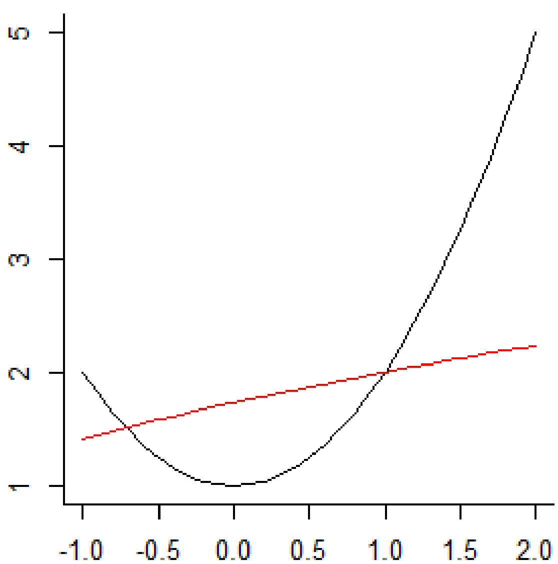
Sol:

En ambas ecuaciones se extrae y, para tener funciones dependientes de "x"

$f = x^2 + 1$

$g = \sqrt{x + 3}$

```
par(mar=c(2,2,1,1),cex=0.8)
f<-function(x)x^2+1
g<-function(x)sqrt(x+3)
x<-seq(-1,2,0.1)
plot(x,f(x),type="l",ylab=c(0,3),bty="l")
lines(x,g(x),col=2)
```




```
P1: El valor está en la región x=c(-1,0),y=c(1,2)

P2: El valor está en la región x=c(0.5,1.5),y=c(1,3)
```

- Hallar el Jacobiano para x=4, y=1 del método de Newton para sistemas de ecuaciones no lineales.

$f(x, y) = x^2 - y + 1$, $g(x, y) = y^2 - x - 3$

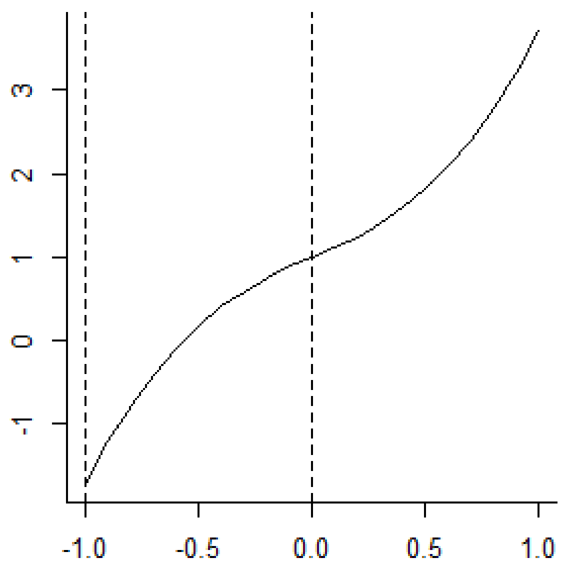
$$J = \begin{bmatrix} \delta f/\delta x & \delta f/\delta y \\ \delta g/\delta x & \delta g/\delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x & -1 \\ -1 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Dada la función: $f(x) = 1 + xe^{|x|}$ tiene una raíz muy cercana a cero.

- Encuentre una aplicación contraída $g(x)$ tal que $x_{i+1} = g(x_i)$ sea un algoritmo que permita hallar la raíz cercana a cero $f(x) = 0$.

Sol: Primero determinar el intervalo solución.

```
par(mar=c(2,2,1,1),cex=0.8)
f<-function(x)1+x*exp(abs(x))
x<-seq(-1,1,0.1)
plot(x,f(x),type="l",ylab=c(-1,2),bty="l")
abline(v=c(-1,0),lty=2)
```



La solución está en el intervalo I=(-1,0)

Buscando la aplicación contraída, si $f(x) = 0$:

$g(x) = x - \phi(x)f(x)$

Primer intento una constante: $\phi(x) = 0.05$

valor inicial punto central en el intervalo de x, es decir $x_0 = 0.5$.

```
f<-function(x)1+x*exp(abs(x))
g<-function(x)x-0.05*f(x)
x0<--0.5
x1<-g(x0)
x2<-g(x1)
x3<-g(x2)
```

El valor está en la región I

$|g(x_1) - g(x_0)| < K * |x_1 - x_0|$

$| -0.51647 + 0.508782| < K * | -0.508782 - 0.5|, 0 < K < 1$ satisface la condición Lipschitz.

Los valores de x están en el intervalo I

- Aplique su algoritmo para hallar la solución, solo realice 3 iteraciones.

El algoritmo: $x_{i+1} < -x - i - 0.05f_i$

- valor x_0 = -0.5

- X_1 = -0.508782
- X_2 = -0.51647
- X_3 = -0.5231872

4. Resolver el siguiente sistema AX=b por descomposición en tres matrices LDU=A. L y U triangulares inferior y superior con unos en la diagonal y D una matriz diagonal.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

- Explicar el procedimiento a seguir paso a paso para hallar la solución X.

Sol: La condición $LDU = A$

Paso 1: Preparar las matrices L, D y U, e igualar a la matriz A.

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & u_{12} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$LDU = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 \\ l_{21}d_{11} & d_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & u_{12} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{11}u_{12} \\ l_{21}d_{11} & d_{22} + l_{21}d_{11}u_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Paso 2: Resolver el sistema $LY = b$, donde Y es la solución.

Paso 3: Resolver el sistema $DZ = Y$, donde Z es la solución.

Paso 4: Resolver el sistema $UX = Z$, donde x es la solución del problema planteado.

- Aplicar al problema planteado y hallar la solución X.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Con el procedimiento planteado, los valores de las matrices propuesta se determinan directamente con los elementos de la matriz A, así:

Asi, $d_{11} = 2$

$l_{21}d_{11} = 4; l_{21} = 2$

$d_{11}u_{12} = -5; u_{12} = -5/2$

$l_{21}d_{11}u_{12} + d_{22} = -6; d_{22} = 10 - 6 = 4$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} 1 & -5/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ahora resolver el sistema: $LY = b$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \; ; \quad y_1 = 1, \;\; y_2 = 4$$

Ahora resolver el sistema: $DZ = Y$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \; ; \quad z_1 = 1/2, \;\; z_2 = 1$$

Ahora resolver el sistema: $UX = Z$

$$\begin{pmatrix} 1 & -5/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1 \end{pmatrix} \; ; \quad x_1 = 3, \;\; x_2 = 1$$

Puntaje 5 c/u