

```
## UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
## DPTO. Estadística e Informática
## Métodos Numéricos y Simulación
```

*Parcial, Octubre 2016*

1. La siguiente muestra corresponde a las medidas de la altura del Maíz. Cada registro tiene un error relativo de 0.05. Se debe calcular algunas estadísticas como la mediana medida central y el rango como medida de variación. Hallar sus valores si la muestra es: 1.65, 1.61, 1.65, 1.90, 1.50 y 1.48 metros:

Como todo error de una función, esta se determina con las relaciones:

$$\epsilon_f = \sum |f'_{x_i}(x_1, x_2, \dots)| * \epsilon_{x_i}$$

Para el caso de la mediana

corresponde al valor central o promedio entre los centrales, luego de ordenar los datos.

Según la medida de la muestra, el orden sería:

```
x<-c(1.65, 1.61, 1.65, 1.90, 1.50, 1.48)
print(x)
```

```
## [1] 1.65 1.61 1.65 1.90 1.50 1.48
```

```
print(sort(x))
```

```
## [1] 1.48 1.50 1.61 1.65 1.65 1.90
```

los valores centrales son: 1.61 y 1.65, el promedio 1.63

El error correspondiente.

si el relativo es 0.05, el absoluto de cada valor que participa es:  $0.05 * 1.61$ , y  $0.05 * 1.65$ ; resultado:

$$\epsilon_1 = 0.0805$$

$$\epsilon_2 = 0.0325$$

El error de la función de promedio:

$$(1 * 0.0805 + 1 * 0.0325) / 2 = 0.0565$$

Por lo tanto la mediana será:  $1.63 \pm 0.0565$

Para el caso del rango, la función corresponde a la diferencia absoluta del máximo y mínimo, siendo las medidas positivas, el rango sería solo el máximo - mínimo.

Según el orden, estos son:

$$\text{máximo} = 1.9, \text{ su error } 0.05 * 1.9 = 0.095$$

$$\text{mínimo} = 1.48, \text{ su error } 0.05 * 1.48 = 0.021$$

$$\text{rango} = 0.42$$

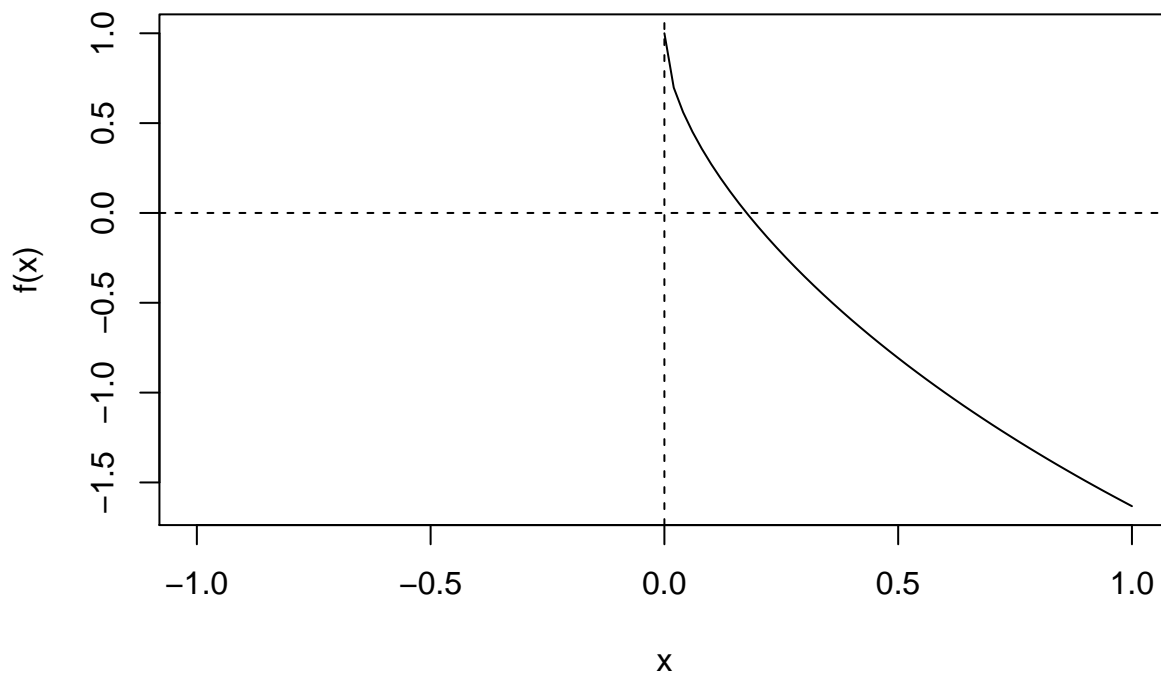
$$\text{Error de la función: } 1 * 0.095 + 1 * 0.021 = 0.116$$

Por lo tanto, el rango es:  $0.42 \pm 0.116$

2. Resolver la ecuación  $e^{-x} - 2 * x^{0.5} = 0$  por aproximación sucesiva, verificar la convergencia, previamente localice la raíz cercana a cero.

La ecuacion:

```
f<-function(x) exp(-x)-2*x^0.5
curve(f,-1,1)
abline(h=0,v=0,lty=2)
```



La solucion por aproximacion sucesiva:

$$e^{-x} - 2 * x^{0.5} = 0$$

Primera posibilidad

$$x = (0.5 * e^{-x})^2$$

$$x_0 = 0.5$$

**Prueba de la condicion de Lipschitz**

dada la la funcion  $g(x) = (0.5 * e^{-x})^2$

$$|g(x_{i+1}) - g(x_i)| \leq |x_{i+1} - x_i|$$

```
x<-NULL
g<-function(x) (0.5*exp(-x))^2
x[1]<-1
for(i in 1:4){
```

```

x[i+1]<-g(x[i])
test<-abs(g(x[i+1])-g(x[i])) < abs(x[i+1]-x[i])
print(test)
}

```

```

## [1] TRUE
## [1] TRUE
## [1] TRUE
## [1] TRUE

```

Cumple la condicion.

a) Halle la raíz utilizando tres iteraciones

```

x<-NULL
g<-function(x) (0.5*exp(-x))^2
x[1]<-0.5
for(i in 1:3){
  x[i+1]<-g(x[i])
  test<-abs(g(x[i+1])-g(x[i])) < abs(x[i+1]-x[i])
}
print(cbind(iter=0:3,x))

```

```

##      iter      x
## [1,]  0 0.5000000
## [2,]  1 0.09196986
## [3,]  2 0.20799649
## [4,]  3 0.16492123

```

b) Encuentre la raíz con 2 cifras decimales significativos.

Para 2 cifras decimales, la cota de error debe ser:

$$\epsilon = 0.5 * 10^{-1-2+1} = 0.5 * 10^{-2}$$

error de aproximacion

$$\epsilon_i = \left| \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \right|$$

```

f1<-function(x) -exp(-x) - 1/sqrt(x)
Ei<-function(x)abs(f(x)/f1(x))
Error<- 0.005
x<-NULL; E<-NULL
g<-function(x) (0.5*exp(-x))^2
x[1]<-0.5
i<-1
E[i]<-Ei(x[i])
while (Ei(x[i])> Error) {
  x[i+1]<-g(x[i])
  i<-i+1
  E[i]<-Ei(x[i])
}
print(cbind(iter=0:(i-1),x,E))

```

```
##      iter      x      E
## [1,]  0 0.5000000 0.39969576
## [2,]  1 0.09196986 0.07259687
## [3,]  2 0.20799649 0.03325356
## [4,]  3 0.16492123 0.01079955
## [5,]  4 0.17975925 0.00391011
```

Satisface el error  $< 0.005$ , la raíz es: 0.17975925 con 5 iteraciones.

c) Encuentre la raíz con un margen de error menor al 5%.

Significa que el error relativo debe ser menor de 0.05

$$\delta < 0.05$$

$$\delta = \frac{\epsilon}{|x|}$$

```
Di<-function(x)Ei(x)/abs(x)
dError<- 0.05
x<-NULL; dE<-NULL
x[1]<-0.5
i<-1
dE[i]<-Di(x[i])
while (Di(x[i])> dError) {
  x[i+1]<-g(x[i])
  i<-i+1
  dE[i]<-Di(x[i])
}
print(cbind(iter=0:(i-1),x,dE))
```

```
##      iter      x      dE
## [1,]  0 0.5000000 0.79939152
## [2,]  1 0.09196986 0.78935501
## [3,]  2 0.20799649 0.15987560
## [4,]  3 0.16492123 0.06548311
## [5,]  4 0.17975925 0.02175193
```

Satisface el error  $\delta < 0.05$ , la raíz es: 0.17975925 con 4 iteraciones.

3. Se tiene información de una variable dependiente “y” y tres variables independientes ( $x_1$ ,  $x_2$ , y  $x_3$ ). La matriz de correlación de  $x_1$ ,  $x_2$ , y  $x_3$ , constituyen los coeficientes de un sistema de ecuaciones, el lado derecho del sistema corresponde a la correlación de las Variables  $x_1$ ,  $x_2$ , y  $x_3$  con la variable dependiente **y**.

$$Y = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 8 & -2 & 2 \\ 4 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Halle la solución por los métodos de Jacobi y de Gauss. La solución corresponde a los efectos directos de cada variable sobre la dependiente. (Se conoce como análisis de secuencias en modelo de ecuaciones estructurales del análisis multivarial).

```

y<-c(4,3,2,0)
x<-rbind(c(4,-1,4), c(8,-2,2), c(4,5,0), c(1,-1,1))
b<-cor(x,y)
A<-cor(x)
print(b)

```

```

##           [,1]
## [1,]  0.6625413
## [2,] -0.1371690
## [3,]  0.7142857

```

```
print(A)
```

```

##           [,1]      [,2]      [,3]
## [1,]  1.0000000 -0.1903045  0.2208471
## [2,] -0.1903045  1.0000000 -0.6553629
## [3,]  0.2208471 -0.6553629  1.0000000

```

### Jacobi

```

z<-c(0,0,0) # solucion k
w<-NULL # solucion k+1
iter<-5
for(k in 1:iter){
  w[1]<-(b[1]-A[1,2]*z[2]-A[1,3]*z[3])/A[1,1]
  w[2]<-(b[2]-A[2,1]*z[1]-A[2,3]*z[3])/A[2,2]
  w[3]<-(b[3]-A[3,1]*z[1]-A[3,2]*z[2])/A[3,3]
  cat(k,w,"\n")
  z<-w
}

```

```

## 1 0.6625413 -0.137169 0.7142857
## 2 0.4786895 0.457032 0.4780699
## 3 0.6439363 0.2672371 0.9080904
## 4 0.5128486 0.5805038 0.7472115
## 5 0.6079943 0.4501232 0.9814652

```

### Gauss-seidel

```

w<-c(0,0,0) # solucion k
iter<-5
for(k in 1:iter){
  w[1]<-(b[1]-A[1,2]*w[2]-A[1,3]*w[3])/A[1,1]
  w[2]<-(b[2]-A[2,1]*w[1]-A[2,3]*w[3])/A[2,2]
  w[3]<-(b[3]-A[3,1]*w[1]-A[3,2]*w[2])/A[3,3]
  cat(k,w,"\n")
}

```

```

## 1 0.6625413 -0.01108436 0.5607011
## 2 0.5366027 0.3324117 0.8136288
## 3 0.5461132 0.499981 0.9213472
## 4 0.5542131 0.5721171 0.9668337
## 5 0.5578954 0.602628 0.9860162

```