UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
DPTO.Estadistica e Informatica
Metodos Numericos y Simulacion

Parcial, Mayo del 2015

1. Dada la siguiente función $f(X) = \sqrt{X+5} - 2 * X^2 + 2 * X + 10$

   (a) Hallar el valor de esta función para $x = 4 \pm 0.68x10^{-4}$.

   ```
   [1] -1.100000000000000e+01  9.406666666666667e-04
   ```

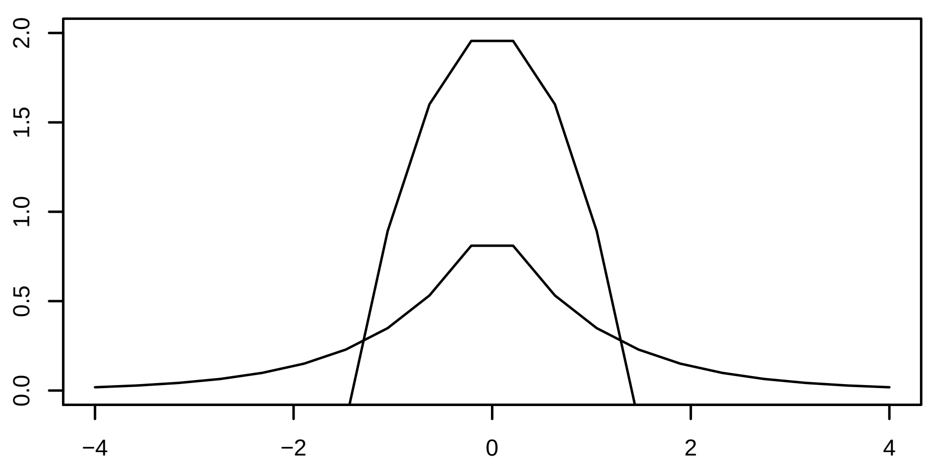
   (b) Si el valor de la función se expresa con 6 cifras decimales, indique a cuantas cifras esta redondeado?.

   El valor de f(4) resulta -11 y el error es de 0.94e-3 por lo tanto el error $0.94x10^{-3} \leq 10^{1-n+1}$ implica que $-3 = 2 - n$, por lo tanto el numero esta redondeado a $n = 5$ cifras.

2. Dada la función: $f(x) = e^{-|x|} - x^2 + 2$

   (a) Localice las raices

   ```
   > par(mar=c(2,2,1,1),cex=0.6)
   > f1<-function(x)exp(1)^(-abs(x))
   > f2<-function(x) 2-x^2
   > x<-seq(-4,4,length=20)
   > plot(x,f1(x),type="l",ylim=c(0,2))
   > lines(x,f2(x))
   ```



   Los intervalo son $]-2, 0[$ y $]0, 2[$

   (b) Encuentre una aplicacion $g(x_i)$ tal que $x_{i+1} = g(x_i)$ sea un algoritmo que permita hallar la raiz negativa de $f(x) = 0$

   $g(x) = x - \phi(x) * f(x)$

   si $\phi(x) = \lambda = 1/10$ por ejemplo

   entonces para x negativo:

   ```
   > f<-function(x)exp(1)^(-abs(x)) -x^2 + 2
   > g<-function(x)x-f(x)/10
   > x[1]<--1
   > for(k in 1:10){
   ```

```
+ x[k+1]<-g(x[k])
+ cat(k,abs(g(x[k])-g(x[k+1])) <= abs(x[k]-x[k+1]),x[k],"\n")
+ }
```

```
1 TRUE -1
2 TRUE -1.137
3 TRUE -1.24
4 TRUE -1.315
5 TRUE -1.369
6 TRUE -1.407
7 TRUE -1.433
8 TRUE -1.452
9 TRUE -1.464
10 TRUE -1.473
```

3. Halle el grado de convergencia del algoritmo $x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$, si la función $f(x) = x^2 + 2.25 - 3 * x$

   la funcion $f(x) = x^2 + 2.25 - 3 * x = (x - 1.5)^2$, entonces:

   $g(x) = x - (x - 3/2)^2/(2x - 3))$

   $g(x) = x - (2x - 3)^2/(4(2x - 3))$

   $g(x) = x - (2x - 3)/4 = (2x + 3)/4 = x/2 + 3/4$

   $g'(x) = 1/2$

   Entonces

   $g(x_i) = g(x^*) + (x_i - x^*)g'(x^*)$

   $|x_{i+1} - x^*| = |x_i - x^*|/2$

   $\frac{E_{i+1}}{E_i} = 1/2$

   En el limite la fraccion es constante e igual a 1/2.

   Por lo tanto tiene convergencia lineal.

4. Resolver el siguiente sistema Ax=b por descomposición en dos matrices triangulares

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 6 \\ 6 & 8 & 4 \\ 6 & 4 & 10 \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 16 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix}$$

```
> A<-rbind(c(2,6,6),c(6,8,4),c(6,4,10))
> b<-c(16,8,8)
> B<-LU(A)
> L<-B$L
> U<-B$U
> print(L)
```

```
     [,1] [,2] [,3]
[1,]    1  0.0    0
[2,]    3  1.0    0
[3,]    3  1.4    1
```

```
> print(U)
```

```
     [,1] [,2]  [,3]
[1,]    2    6   6.0
[2,]    0  -10 -14.0
[3,]    0    0  11.6
```

```
> # Primer sistema Ly=b
> y<-solve(L,b)
> print(y)
```

```
[1]  16 -40  16
```

```
> # Segundo sistema Ux=y
> x<-solve(U,y)
> print(x)
```

```
[1] -2.345  2.069  1.379
```

5. Resolver el siguiente sistemas de ecuaciones $Ax = b$ por el método de jacobi, si:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 8 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ordenando el sistema $Ax = b$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \\ 5 & 1 & 8 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

El algoritmo por Jacobi:

Valores iniciales $x1_1 = x2_1 = x3_1 = 0$

$x1_{k+1} = (2 - 2x3_k)/5$

$x2_{k+1} = (4 - x1_k - 3x3_k)/4$

$x3_{k+1} = (1 - 5x1_k - x2_k)/8$

```
> x1<-NULL;x2<-NULL;x3<-NULL
> x1[1]=0; x2[1]=0; x3[1]=0
> for(k in 1:10){
+ x1[k+1]<-(2-2*x3[k])/5
+ x2[k+1]<-(4-x1[k]-3*x3[k])/4
+ x3[k+1]<-(1-5*x1[k]-x2[k])/8
+ }
> print(round(data.frame(x1,x2,x3),4),row.names=FALSE)
```

```
     x1     x2      x3
 0.0000 0.0000  0.0000
 0.4000 1.0000  0.1250
 0.3500 0.8062 -0.2500
 0.5000 1.1000 -0.1945
 0.4778 1.0209 -0.3250
 0.5300 1.1243 -0.3012
```

```
0.5205 1.0934 -0.3468
0.5387 1.1300 -0.3370
0.5348 1.1181 -0.3529
0.5412 1.1310 -0.3490
0.5396 1.1265 -0.3546
```

Puntaje 4 c/u