

**Solucionario del parcial de métodos numéricos
20 de Mayo del 2010**

1. Teoria de errores:

a) El valor exacto ...

Valor Exacto: 5.4967

Muestra: 5.5102 , 5.4801 , 5.4905

error del promedio: 0.0121

Margen de error del promedio: 0.2201321

b) Dos medidas ...

a_1 con 2 cifras significativas exactas, entonces $\epsilon_1 = 0,5 * 10^{m-2+1}$ a_2 con 3 cifras significativas exactas, con un error absoluto de $\epsilon_2 = 0,5 * 10^{m-3+1}$. El marge de error de la diferencia $y = a_1 - a_2$ es: $\delta_y = \frac{0,5*10^m}{|a_1-a_2|} * (\frac{1}{10} + \frac{1}{100})$

c) Escriba la serie de taylor ...

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1} f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2} f''(x_0)$$

$$f(x) = \log_{10}(x)$$

$$f(x) = \frac{\log(x)}{\log(10)}$$

función logaritmo neperiano $\log(10)$

Primera derivada:

$$1/x$$

Segunda derivada:

$$-(1/x^2)$$

Para un valor $x_0 = 5$

El valor del $\log(10)$ en base 10 será:

$$s_1 = f(5) + \frac{(10-5)}{1} \frac{1}{5}$$

$$s_2 = f(5) + \frac{(10-5)}{1} \frac{1}{5} + \frac{(10-5)^2}{2} \frac{(-1)}{25}$$

Con un termino de la serie: 1.133264

Con dos termino de la serie: 0.9161172

Los errores absolutos:

Con un termino de la serie: 0.1332645

Con dos termino de la serie: 0.08388275

2. Hallar el grado de convergencia ...

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \text{ Newton: } x_{i+1} = x_i - \frac{x_i^2 - 6x_i + 9}{2x_i - 6}$$

$$\text{Resultanto: } x_{i+1} = \frac{x_i - 3}{2}$$

$$\text{Entonces: } g(x) = \frac{x-3}{2}$$

$$\text{La derivada de } g(x) \text{ resulta: } g'(x) = \frac{1}{2}$$

La segunda derivada de $g(x)$ es cero. Utilizando el desarrollo de Taylor en la función $g(x)$ y aplicando condición de punto fijo, resulta:

$$\lim_{i \rightarrow +\infty} \frac{\epsilon_{i+1}}{\epsilon_i^1} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto tiene convergencia lineal.

3. Hallar la solución...

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 5 \\ -x + 4y - z &= 0 \\ x - y + 2z &= 5 \end{aligned}$$

Primera operación con la fila 1: $f_2 = 2f_2 + f_1$ y $f_3 = f_1 - 2f_3$

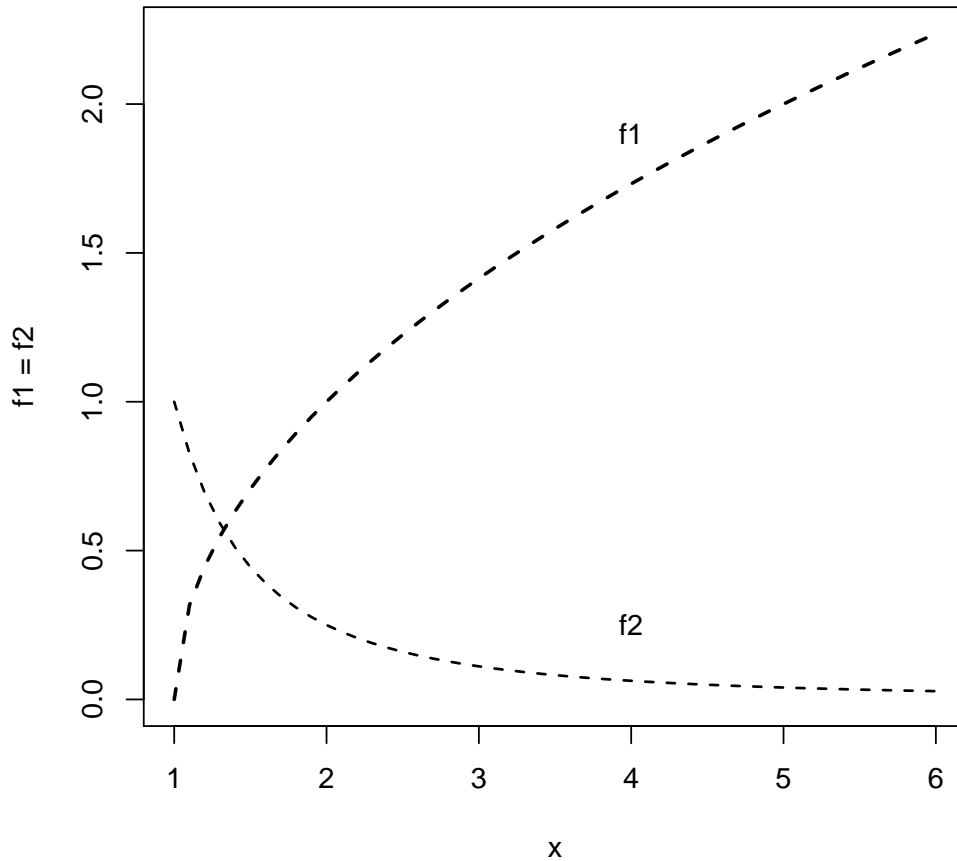
$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 5 \\ 7y - z &= 5 \\ y - 3z &= -5 \end{aligned}$$

Segunda operación con la fila 2: $f_3 = f_2 - 7f_3$

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 5 \\ 7y - z &= 5 \\ 20z &= 40 \end{aligned}$$

Resulta $z = 2$, de la segunda $y = 1$ y en la primera $x = 2$

4. Buscar un algoritmo... $\sqrt{x-1} - (1/x)^2 = 0$ para $x > 1$
Descomponiendo $f_1(x) = \sqrt{x-1}$; $f_2(x) = (1/x)^2$



Raiz entre 1 y 2. Valor inicial $x_0 = 1,5$ $g(x) = \frac{1}{x^4} + 1$

Evaluando con el algoritmo: $x_{i+1} = \frac{1}{x_i^4} + 1$

$x_1 = 1,1975$

$|1,1975 - 1,5| = 0,3024$

$|g(1,1975) - g(1,5)| = 0,2887$

Satisface la condicion $|g(x_{i+1}) - x_i| < k|x_{i+1} - x_i|$ para $0 < k < 1$;

y el valor pertenece al intervalo $]1,2[$, por lo tanto si converge. El nuevo valor de x es:

$x_2 = 1,4862$

La Solucion es $x=1.324$, la convergencia es muy lenta.

Recomendación: Usar el algoritmo de newton.