Universidad Nacional Agraria
Dpto. Estadística e Informática
Examen Final de Métodos Numéricos y simulación Julio - 2010

1. Se dispone del registro de 3 evaluaciones, el primero, tercero y cuarto día sobre la evolución de una enfermedad en la planta de papa, la cual es susceptible a la enfermedad.

día	1	3	4
% enfermedad	15	28	30

Solución.- Como esta desigualmente espaciado, entonces se aplica las diferencias divididas.

x	F	[xi,xi+1]	[xi,xi+1,xi+2]
1	15	6.5	-1.5
3	28	2	
4	30		

a) Halle la primera derivada de la enfermedad en función del tiempo e indique cuando se produce los mayores cambios.

La primera derivada esta por la primera diferencia dividida.
$f'(1) = 6.5$, $f'(3) = 2$. Los mayores cambios se produce al pasar de x=1 a x=3

b) Calcule el valor de la enfermedad al segundo día mediante diferencias finitas en la cual utilice los 3 puntos.

Con la información de las diferencias divididas se tiene:
$F(2) = 15+6.5*(2-1)+(-1.5)*(2-1)*(2-3) = 23$

x	F(x)
1	15
2	23
3	28
4	30

c) Con el valor interpolado, halle la integral de 1 a 4 mediante extrapolación por trapecio.

Para extrapolación por trapecios, se requiere trapecios para h y 2h
Si $2h = 4-1 = 3$, entonces $h=1.5$
Se necesita f(2.5)
$F(2.5) = 15+6.5*(2.5-1)+(-1.5)*(2.5-1)*(2.5-3) = 25.875$

x	f(x)
1	15
2.5	25.875
4	30

$T(h=1.5)= (1.5/2)*(15+2*25.875+30) = 72.5625$
$T(2h=3) =(3/2)*(15+30)$

T(2h)	67.5
T(h)	72.5625

Extrapolando: $(4*72.5625-67.5)/3 = 74.25$

2. Se dispone de una función de densidad de probabilidades.

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \le x \le 1/2 \\ 1-x & 1/2 < x \le 1 \end{cases}$$

Halle la probabilidad exacta para 0.3 < x < 0.6 y compare con los resultados mediante trapecio de 4 puntos y Simpson de 3 puntos. Indique el número de cifras significativas exactas.

La probabilidad exacta esta dado por:

$$\int_{0.3}^{0.5} x\,dx + \int_{0.5}^{0.6} (1-x)\,dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_{0.3}^{0.5} + \left.(x - \frac{x^2}{2})\right|_{0.5}^{0.6} = \frac{0.5^2}{2} - \frac{0.3^2}{2} + (0.6 - \frac{0.6^2}{2}) - (0.5 - \frac{0.5^2}{2})$$

> integrate(function(x)x, 0.3,0.5)$value + integrate(function(x)(1-x), 0.5,0.6)$value
[1] 0.125

Por trapecio 4 puntos: 0.3, 0.4, 0.5, 0.6: area= 0.5*(0.3+2*0.4+2*0.5+ (1-0.6))=0.125
Por Simpson 3 puntos: 0.3, 0.45,0.6: area = 0.15/3*(0.3+4*0.45+(1-0.6)) = 0.125

3. Dado la Ecuación diferencial.

$Y'+2YX-3=0$, se dispone de Y(1) = 1

Resolver mediante Taylor de orden 2 para Y(1.5) y Y(2)

Solución: $Y_{k+1} = Y_k + h*Y'_k + h^2/2\, Y''_k$

$Y'_k = 3-2\, Y_k X_k$
$Y''_k = -2\, Y'_k X_k - 2Y_k$

k	X_k	Y_k	Y'_k	Y''_k
0	1	1	1	-4
1	1.5	1	0	-2
2	2	0.75	0	-1.5

Y(1.5) = 1; Y(2)= 0.75

4. Dado la Ecuación diferencial.

   $Y''' = -\frac{1}{x} + \frac{2Y'}{y}$, se dispone de Y(1) = 1, Y'(1) = 1.5, Y''(1)=2

   Plantear el algoritmo para resolver la ecuación diferencial
   Hallar el valor de Y(1.5)

z1=y	z1' = z2
z2=y'	z2' = z3
z3=y''	z3' = -1/x +2*z2/z1

Algoritmo Euler h=0.5

z1',(i+1)= z1,I + 0.5 * z2,i	z1,0(1) =1
z2' (i+1) = z2,I + 0.5*z3,i	z2,0(1) =1.5
z3' (i+1) = z3,i+0.5*(-1/xi +2*z2,i/z1,i)	z3,0(1) = 2

i	xi	z1	z2	z3
0	1	1	1.5	2
1	1.5	1.75	2.5	3
2	2.5	3	4	3.928571429

Según las relaciones de z e y se tiene que z1=y, entonces y(1.5) =z1(1.5)= 1.75