

**Pregunta 1.**

La siguiente muestra corresponde a la medida de la altura de una muestra de cañihua (cereal andino): 35, 45, 50, 38, 47, 50 cm. Cada medida tiene un error de +/- 0.5. Hallar el error relativo de la variancia de la altura de este cereal.

El error en cada valor es constante e igual a 0.5.

La variancia es una funcion de los valores observados.

En general  $\text{var}(x) = (\sum(X_i - \bar{X})^2 / n) / (n-1)$

Primero se debe hallar el error absoluto:

$$E(V) = \sum |Dx(V)| E(X_i); \text{ como } E(X_i) = 0.5$$

$$E(V) = 0.5 \sum |Dx(V)|$$

Para un valor particular

$$Dx_i(V) = 2(X_i - \sum X_j / n) (1 - 1/n) / (n-1) = 2(X_i - \sum X_j / n) / n$$

Sumando para todos los valores  $X_i$ , se tiene:

$$\sum |Dx(V)| = 2(\sum |X_i - \sum X_j / n|) / n$$

$$\text{De los datos: promedio} = 44.16667; V = 39.76667; \sum |Dx(V)| = 2 * 30.66667 / 6$$

$$\text{Error absoluto de } V = 10.22222 * 0.5 = 5.11111;$$

$$\text{El error relativo} = 5.11111 / 39.76667 = 0.1285275$$

Esto significa que si el porcentaje del error en  $X_i$  es constante, en el promedio es el mismo error y el error relativo porcentual en el promedio es  $0.5 * 100 / 44.16667 = 1.13\%$  y en la variancia es  $12\%$

**Pregunta 2**

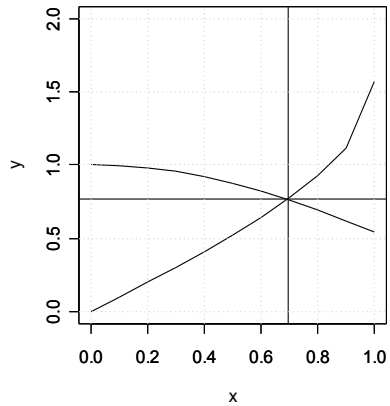
Resolver el sistema de ecuaciones  $\cos(x) - y = 0$ ;  $x - \text{sen}(y) = 0$  por aproximación sucesiva, verificar la convergencia, previamente localice las raíces que desee encontrar y ejecute tres iteraciones.

Para graficar, despejar  $Y$  de ambas ecuaciones y graficar en el plano:

$$Y = \cos(x)$$

$$Y = \text{arc seno}(x)$$

Graficar ambas ecuaciones.



La region posible esta por:

X en (0,6,0,8) e Y en (0,5, 1)

Posible algoritmos de aproximación sucesiva puede ser:

$$X_{i+1} = \text{seno}(Y_i) = F$$

$$Y_{i+1} = \text{cos}(X_i) = G$$

Evaluando la convergencia para valores en los intervalos de X e Y:

En la primera funcion F:

$$|F_x| = 0$$

$$|F_y| = |\text{cos}(Y)|$$

$$|F_x| + |F_y| < 1$$

En la segunda funcion G:

$$|G_x| = |-\text{sen}(X)|$$

$$|G_y| = 0$$

$$|G_x| + |G_y| < 1$$

Solucion:

0	0.5	0.5
1	0.47942554	0.88726005
2	0.77534428	0.7141801
3	0.65499809	0.79304909
...		
20	0.69481976	0.76816911

**Pregunta 3.**

Hallar el grado de convergencia del algoritmo  $g(x) = (3x^4 + x^2 + 16) / (4x^3 + 2x - 12)$  para hallar la raíz de:  $x^4 + x^2 - 12x - 16 = 0$ .

$$X_{i+1} = g(X_i)$$

$$g(x) = g(x^*) + (x-x^*)g'(x^*) + (x-x^*)^2 g''(x^*) / 2 + \dots$$

$$g(x^*) = x^*$$

evaluando en  $X_i$

$$X_{i+1} = x^* + (X_i - x^*)g'(x^*) + (X_i - x^*)^2 g''(x^*) / 2 + \dots$$

$$X_{i+1} - x^* = (X_i - x^*)g'(x^*) + (X_i - x^*)^2 g''(x^*) / 2 + \dots$$

Teóricamente:

$$E_{i+1} = \text{abs}(X_{i+1} - x^*)$$

$$E_i = \text{abs}(X_i - x^*)$$

El concepto de convergencia es:

Limite cuando  $i \rightarrow \infty$   $E_{i+1} / E_i^r$  es constante;  $r =$  grado de convergencia.

Esto significa que si  $g'(x^*)$  es diferente de cero la convergencia es lineal, caso contrario si  $g'(x^*) = 0$  la convergencia seria mayor que la lineal, entonces se tendria que probar  $g''(x^*)$  si es cero o diferente de cero convergencia cuadratica.

En este caso se tiene:  $g'(x)$

$$(12x^6 + 14x^4 - 144x^3 - 190x^2 - 24x - 32) / (x^4 + x^2 - 12x - 16)^2$$

El numerador debe probarse si es cero.

$$\text{Como: } x^4 + x^2 - 12x - 16 = 0; \quad 2x^4 + 2x^2 - 24x - 32 = 0$$

Reemplazando su equivalente de cero a la expresión, se tiene:

$$12x^6 + 12x^4 - 144x^3 - 192x^2$$

Que es igual a:

$12x^2(x^4 + x^2 - 12x - 16)$ , se observa que este resultado es:

$$12x^2(0) = 0$$

Esto significa que no tiene convergencia lineal y por lo menos es cuadratica.

Otra forma:  $f(x) = x^4 + x^2 - 12x - 16 = 0$  es el sistema a resolver.

$$g(x) = (3x^4 + x^2 + 16) / (4x^3 + 2x - 12)$$

se observa que el denominador es la derivada de  $f(x) = 4x^3 + 2x - 12$

Entonces  $g(x)$  podria tener la forma de  $x-f(x) / f'(x)$ . reemplazando se tiene:

$$g(x) = x - (x^4 + x^2 - 12x - 16) / (4x^3 + 2x - 12)$$

Operando se tiene:

$$g(x) = (3x^4 + x^2 + 16) / (4x^3 + 2x - 12)$$

entonces  $g(x)$  es newton para la funcion propuesta, y su convergencia es cuadratica.

#### Pregunta 4.

Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones sobre-determinado, Halle la solución.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

$$2x_2 = 1$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 1$$

$$x_2 + x_3 = 2$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 4$$

Formar la matriz de coeficientes: A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Como es un sistema sobre-determinado, entonces el nuevo sistema es:

$$A^T A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 14 \\ 5 & 14 & 8 \\ 4 & 8 & 7 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{bmatrix} 7 \\ 16 \\ 13 \end{bmatrix}$$

La solución es:

$$x_1 = -0.7826087$$

$$x_2 = 0.3043478$$

$$x_3 = 1.9565217$$