

1. La función error esta definida por:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{n!(2n+1)}$$

Si $x=z/\sqrt{2}$, la función de error da la probabilidad entre $-z$ y z en la normal estándar.

Si $z=0.5$, la probabilidad entre -0.5 y 0.5 es 0.3829249.

- ¿Cuál es ganancia en % si se utiliza 4 términos de la serie respecto a 2 términos de la serie.?
 - Cual seria el valor que se reportaría si se utiliza 4 términos de la serie y se desea que este redondeado a 2 cifras.
2. En una operación para hallar la desviación media de los valores 4,7,2,9 y 10, se encontró que cada valor era aproximado con errores de aproximación de 0.1, 0.2,0.3,0.2 y 0.1 respectivamente ¿Cuál es el error absoluto de la desviación media?. La desviación media es el promedio de las desviaciones absolutas respecto a su promedio.
3. Suponga que desea hallar el valor de la raíz cúbica de x mediante un método de aproximación sucesiva diferente a newton. Que algoritmo propondría si quiere aplicar a la raíz cúbica de 4.
- Pruebe si su aplicación es contraída
 - Halle la raíz redondeado a 2 cifras
4. En un sistema de ecuaciones no lineales de orden 2, si se aplica el método de newton, cual seria el valor del jacobiano en la segunda iteración si el sistema es:

$$y^2 - x^2 = 4$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1.34$$

y los valores iniciales son $x_0=1$, $y_0=2$

5. En un sistema de ecuaciones, se desea resolver mediante matrices triangulares, cual seria la solución si el sistema es:

$$2x - y + z = 5$$

$$-x + 4y - z = 0$$

$$x - y + 2z = 5$$

Puntaje 4 puntos c/u.

Solucion del parcial de numérico y simulación Mayo –2009

Pregunta 1

erf(x) con 4 términos:

$$erf 4 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{10} - \frac{x^7}{42} \right); \quad erf 2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{3} \right)$$

$$\text{Si } z=0.5, \quad x = \frac{0.5}{\sqrt{2}}$$

$$P(-0.5 < z < 0.5) = 0.3829249$$

Con 4 términos: erf4 = 0.3829245; su error absoluto e4 = 0.419e-06

Con 2 términos: erf2 = 0.3823197; su error absoluto e2 = 0.06052146e-02

Ganancia: $(e2 - e4) * 100 / e2 = 99.9 \%$

El valor a reportar redondeado a 2 cifras, el error absoluto debe ser menor de 0.01

El error a escoger será:

$$|0.3 - 0.3829249| = 0.082$$

$$|0.38 - 0.3829249| = 0.002$$

como $0.002 < 0.01$ el mas cercano, entonces el valor a reportar es 0.38.

Pregunta 2

$$P = \text{promedio} = (x1 + x2 + \dots + x5) / 5$$

$$Y = \text{Dev. Media} = |x1 - P| / 5 + |(X2 - P)| / 5 + \dots + |x5 - P| / 5$$

$$E[P] = 1/5 * (e1 + e2 + \dots + e5) = (0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.2 + 0.1) / 5 = 0.18$$

Derivada de Y con respecto a x1, x2, ..., x5, P

$$|d Y / d x_i| = 1/5 \text{ para } i = 1 \text{ a } 5$$

$$|d Y / d P| = 1/5 + 1/5 + \dots + 1/5 = 1$$

$$E[Y] = 1/5 * (e1 + e2 + \dots + e5) + E[P] = E[P] + E[P] = 2 E[P] = 0.36$$

Pregunta 3

$$f(x) = x^3 - 4$$

Posible function:

$$g(x) = x - f(x)/10$$

$$x^* \in I[1,2]$$

$$x_0 = 1.5$$

$$g(x_0) = 1.5 - f(1.5) / 10 = 1.5625$$

$$x_1 = g(x_0) = 1.5625$$

$$g(x_1) = 1.5625 - f(1.5625)/10 = 1.58103$$

$$x_2 = g(x_1) = 1.58103$$

$$g(x_2) = 1.58103 - f(1.58103)/10 = 1.585827$$

Aplicación contraída:

$$|g(x_1) - g(x_0)| = 0.01853027$$

$$|x_1 - x_0| = 0.0625$$

Satisface la condición de lipschitz

x_1, x_2 se encuentran en el intervalo $I[1,2]$

Asimismo para los siguientes valores:

$$x_3 = g(x_2) = 1.585827$$

$$|g(x_2) - g(x_1)| = 0.004796704$$

$$|x_2 - x_1| = 0.01853027$$

Satisface la condición de lipschitz

x_2, x_3 se encuentran en el intervalo $I[1,2]$

la raíz redondeado a 2 cifras.

El valor exacto con 10 dígitos: 1.587401052

El error absoluto $< 10^{-(0-2+1)} = 0.1$

$$E_1 = |1.5625 - 1.587401052| = 0.02490$$

$$E_2 = |1.58103 - 1.587401052| = 0.006371052.$$

$$E_2 = |1.58 - 1.587401052| = 0.007401052$$

x_2 cumple, entonces la raíz aproximada es 1.58

Pregunta 4

Newton: $X_{i+1} = X_i - J_i^{-1} F_i$

$$X_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}; F = \begin{bmatrix} y^2 - x^2 - 4 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 - 1.34 \end{bmatrix}; J = \begin{bmatrix} -2x & 2y \\ 2(x-1) & 2(y-1) \end{bmatrix}$$

Primera iteración:

$$F_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ -0.34 \end{bmatrix}; J_0 = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}; J_0^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}; X_1 = \begin{bmatrix} 0.84 \\ 2.17 \end{bmatrix}$$

Segunda iteración:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0.0033 \\ 0.0545 \end{bmatrix}; J_1 = \begin{bmatrix} -1.68 & 4.34 \\ -0.32 & 2.34 \end{bmatrix}; J_1^{-1} = \begin{bmatrix} -0.92 & 1.7 \\ -0.125 & 0.66 \end{bmatrix}; X_1 = \begin{bmatrix} 0.75 \\ 2.13 \end{bmatrix}$$

Solución :

$$J_1 = \begin{bmatrix} -1.68 & 4.34 \\ -0.32 & 2.34 \end{bmatrix}$$

Pregunta 5

A			L			U		
2	-1	1	1.0	0.0000000	0	2	-1.0	1.0000000
-1	4	-1	-0.5	1.0000000	0	0	3.5	-0.5000000
1	-1	2	0.5	-0.1428571	1	0	0.0	1.428571

$$b = (5, 0, 5)$$

Solucion $Ax = b$

$$L y = b$$

$$y = c(5, 2.5, 2.857143)$$

$$U x = y$$

$$x = (2, 1, 2)$$