Universidad Nacional Agraria
Dpto. Estadística e Informática
Curso: Métodos Numéricos y Simulación. Examen final: 17 Diciembre del 2013

1. Si desea hallar las raíces y vectores característicos de una matriz 2x2 por método de Jacobi, cuantas iteraciones debe realizar como mínimo para tener una aproximación cercana al valor real.
   Resp: 1 porque se calcula un solo ángulo de rotación y ahí termina el proceso.

2. Si una matriz es diagonal con elementos (2, 5 y 3). ¿Cuáles serás sus vectores característicos asociados?.
   Resp: vectores unitarios ortogonales.

3. En una tabla de probabilidades para la función de densidad f(x)=0.5*exp(-0.5*x), entre 0 y +∞. Se tiene valores de probabilidad acumulada para 2,4, 6 y 8. Aplique el tipo de interpolación de diferencia finita de segundo orden, calcule el error absoluto respecto al valor exacto (x=5) e indique cuantas cifras significativas tiene.

   Resp: como está igualmente espaciado y en el centro de la tabla, se puede aplicar diferencias finitas hacia adelante, hacia atrás y centrales, lo más cercano es hacia adelante.

   La función de probabilidad acumulada: 1-exp(-0.5x). La tabla de diferencias finitas hacia adelante es:

x	f(x)	F(x)	1er dif	2da dif
2	0.18394	0.632121		
4	0.067668	0.864665	0.085548	-0.05408
6	0.024894	0.950213	0.031471	-1.01316
8	0.009158	0.981684	-0.98168	

   Para x=5, se utilizaría la tabla a partir de x=4. h=2, alpha=0.5

   F(4+0.5*2)= 0.864665 + 0.5*0.085548+0.5*(-0.5)*(-0.05408)/2 = 0.914199
   El valor real es: 1-exp(-0.5*5) = 0.917915. Por lo tanto Ex=0.3716 x 10^{-2}
   Para el número de cifras significativas, se considera m=-2 porque para el valor de x=5 f(5) estaría entre 0.02 y 0.06,
   entonces, dado que 0.37 < 0.5 resulta m-n+1 = -2, y **n=3**

4. Halle la integral definida entre 0 y 4 para la función e^{-2x}. Utilice Simpson para h=1 y h=2 y mejore el resultado por extrapolación.

x	f(x)
0	1
1	0.135335
2	0.018316
3	0.002479
4	0.000335

S(h)=h/3*(f0+4f1+f2)
h=1, S(1)=1/3 (1+4*0.135335+2*0.018316+4*0.002479+0.000335)
S(1)= 0.5294077
h=2, S(2)=2/3 (1+4*0.018316+0.000335) = 0.7157327
S=(2^4 S(1)− S(2))/(2^4−1)
S = (16*0.5294077−0.7157327)/15 =0.516986

5. Resolver la ecuación diferencial $Y'=e^{-x}$, Y[1]=0.5. Halle matemáticamente la solución y compare el resultado (número de cifras significativas exactas) para x=2 al aplicar Euler si h=0.1.

Sol: $Y'=e^{-x}$, Y(1)=0.5. La solución matemática es: $-e^{-x} + C = C- e^{-x}$
Si x=1, $Y(1) = C-e^{-1} = 0.5$. Entonces $C=0.5 + e^{-1} = 0.8678$

$Y(x) = 0.8678 - e^{-x}$

Con Euler" $Y_{i+1} = Y_i + h*Y'_i$

x	Y(x)
1	0.5
1.1	0.536788
1.2	0.570075
1.3	0.600194
1.4	0.627448
1.5	0.652107
1.6	0.67442
1.7	0.69461
1.8	0.712878
1.9	0.729408
2	0.744365

Valor exacto
$Y(2) = 0.8678 - e^{-2} = 0.7324647$

Valor por Euler: 0.744365

Error Abs. = |0.744365-0.7324647| = 0.0119
Numero de cifras significativas (n)

$Ey = 0.1*10^{-1} \leq 0.5*10^{-1-n+1}$; n=1. Tiene una cifra significativa exacta.

6. Se tiene una ecuación de orden superior, realice las transformaciones adecuadas y re-escriba como un sistema de primer orden, incluyendo las condiciones iniciales.

$Y''' - 2X + XY = Y*e^{-X}$

Condiciones iniciales Y(0)=1; Y'(0)=0.5; Y''(0)=-1

Solución:

Z1 = Y　　Z'1 = Z2
Z2 = Y'　　Z'2 = Z3
Z3 = Y''　　$Z'3 = Z1*e^{-X} + 2X-X\ Z1$

Condiciones iniciales: Z1(0)=1; Z2(0)=0.5; Z3[0] = -1

7. En un proceso continuo de llenado de bolsas de leche, se encontró fallas en el llenado cuando el peso es menor que el mínimo establecido (930 ml). En el inicio de una nueva producción examine los 4 primeros productos e indique cuantas están falladas por este criterio. Las estadísticas indican que el promedio del volumen por bolsa es de 932 ml. con una desviación estándar de 5 ml. Utilice los números aleatorios a partir del primero de la tabla aleatoria para dar su respuesta.

Generando los primeros números aleatorios normales según los valores de la tabla:

R1 = c(0.54,0.24,0.38,0.58,0.21,0.80,0.64,0.74,0.44,0.58,0.26,0.46)
X1 = 5*(sum(R1)-6) + 932 = **931.35**
R2 = c(0.17,0.61,0.96,0.48,0.75,0.02,0.17,0.64,0.16,0.35,0.19,0.90)
X2 = 5*(sum(R2)-6) + 932 = **929**
R3 = c(0.24,0.98,0.02,0.11,0.24,0.72,0.03,0.55,0.68,0.30,0.39,0.73)
X3 = 5*(sum(R3)-6) + 932 = **926.95**
R4 = c(0.96,0.76,0.58,0.46,0.36,0.38,0.21,0.14,0.39,0.27,0.70, 0.41)
X4 = 5*(sum(R4)-6) + 932 = **934.1**

Por lo tanto las 4 bolsas tienen volúmenes de 931.35, 929, 2926.95 y 934.1. Por lo tanto son 2 bolsas que no satisfacen porque son menos de 330 ml.

8. Un consultorio médico atiende 3 veces a la semana, el promedio de clientes por vez es de 3. Se requiere un estimado del número mínimo y máximo de clientes que tendrá en la próxima semana. Utilice los número aleatorios a partir del 101 en adelante.

   Para la solución se requiere generar 3 números aleatorios Poisson con parámetro lambda = 10.

   Los valores posibles a escoger:

   0.16 0.17 0.97 0.81 0.95 0.40 0.85 0.06 0.30 **0.49 0.65 0.51 0.80 0.57 0.35 0.66** 0.24 0.27 0.52 0.74

   A = exp(-4) = 0.01831564
   0.16 < A (no)
   0.16*0.17=0.0272 < A (no)
   0.16*0.17*0.97= 0.026384 < A (no)
   0.16*0.17*0.97*0.81=0.02137< A (no)
   0.16*0.17*0.97*0.81*0.95=0.0203 < A
   0.16*0.17*0.97*0.81*0.95*0.40=0.0081 < A (si)

   0.85 < A (no)
   0.85*0.06=0.051 < A (no)
   0.85*0.06*0.30=0.015 (si)

   0.49 < A (no)
   0.49*0.65 =0.3185 < A (no)
   0.49*0.65*0.51 = 0.162435 < A (no)
   0.49*0.65*0.51*0.80 = 0.1299 < A (no)
   0.49*0.65*0.51*0.80*0.57= 0.074 < A (no)
   0.49*0.65*0.51*0.80*0.57*0.35=0.0259 < A (no)
   0.49*0.65*0.51*0.80*0.57*0.35*0.66 = 0.0171 < A (si)

   Los valores generados son: 6,3 y 7.

   El máximo de visitas esperadas es de 7 y el mínimo de 3.

Puntaje: 1,1,3,3,3,3,3,3

Tabla de 200 números aleatorios

```
  [1] 0.54 0.24 0.38 0.58 0.21 0.80 0.64 0.74 0.44 0.58
 [11] 0.26 0.46 0.17 0.61 0.96 0.48 0.75 0.02 0.17 0.64
 [21] 0.16 0.35 0.19 0.90 0.24 0.98 0.02 0.11 0.24 0.72
 [31] 0.03 0.55 0.68 0.30 0.39 0.73 0.96 0.76 0.58 0.46
 [41] 0.36 0.38 0.21 0.14 0.39 0.27 0.70 0.41 0.27 0.40
 [51] 0.20 0.83 0.53 0.40 0.57 0.97 0.65 0.33 0.33 0.94
 [61] 0.38 0.56 0.51 0.14 0.24 0.72 0.30 0.51 0.28 0.36
 [71] 0.44 0.80 0.52 0.70 0.85 0.85 0.39 0.15 0.64 0.29
 [81] 0.93 0.16 0.96 0.00 0.71 0.63 0.77 0.89 0.51 0.75
 [91] 0.93 0.09 0.50 0.20 0.99 0.04 0.22 0.89 0.12 0.37
[101] 0.16 0.17 0.97 0.81 0.95 0.40 0.85 0.06 0.30 0.49
[111] 0.65 0.51 0.80 0.57 0.35 0.66 0.24 0.27 0.52 0.74
[121] 0.78 0.11 0.61 0.91 0.63 0.27 0.35 0.67 0.91 0.73
[131] 0.92 0.38 0.85 0.05 0.25 0.37 0.36 0.28 0.39 0.35
[141] 0.28 0.80 1.00 0.75 0.60 0.59 0.58 0.24 0.45 1.00
[151] 0.08 0.05 0.49 0.05 0.95 0.63 0.27 1.00 0.36 0.37
[161] 0.33 0.10 0.58 0.33 0.00 0.99 0.37 0.22 0.74 0.31
[171] 0.40 0.39 0.44 0.77 0.21 0.75 0.59 0.32 0.38 0.03
[181] 0.48 0.97 0.00 0.11 0.44 0.31 0.97 0.59 0.73 0.66
[191] 0.72 0.11 0.22 0.62 0.96 0.81 0.02 0.68 0.83 0.81
```