Universidad Nacional Agraria

Dpto. Estadística e Informática

Curso: Métodos Numéricos y Simulación. Examen final: 15 Julio del 2013

1. Considere la siguiente matriz de variancia-covariancia de los resultados de un análisis de suelo sobre la acidz, conductividad eléctrica y Carbonato de calcio.

```
        pH  EC CaCO3
pH     2.8 1.8   3.9
EC     1.8 4.0   2.0
CaCO3 3.9 2.0  10.2
```

Hallar la raíz más grande y su vector asociado. Utilice el cociente de Rayleigh.

```
> x<-c(0,0,1)
> A%*%x
      [,1]
pH     3.9
EC     2.0
CaCO3 10.2
> Ax<-A%*%x
> max(Ax)
[1] 10.2
> x<-Ax/max(Ax)
> x
           [,1]
pH    0.3823529
EC    0.1960784
CaCO3 1.0000000
```

```
> Ax<-A%*%x
> Ax
           [,1]
pH     5.323529
EC     3.472549
CaCO3 12.083333
> max(Ax)
[1] 12.08333
> x<-Ax/max(Ax)
> x
           [,1]
pH    0.4405680
EC    0.2873834
CaCO3 1.0000000
```

```
> t(x)%*%A%*%x
        [,1]
[1,] 16.1156
> t(x)%*%x
         [,1]
[1,] 1.276689

Cociente de RAYLEIGH

> t(x)%*%A%*%x/t(x)%*%x
         [,1]
[1,] 12.62296
```

Sol: X= (0.4405, 0.2873, 1.0) y su valor propio λ=12.62

2. La siguiente tabla corresponde a un distribución de probabilidades discreta para la variable x. Se desconoce la probabilidad para x= 1 y x=4:

x	0	1	2	3	4	5
f(x)	0.12		0.36	0.18		0.02

Utilice interpolación por diferencias finitas para completar los datos faltantes.
Como tienen espaciamientos diferentes, se aplica diferencias divididas:

x	f(x)	{Xi,Xi+1}	{Xi,Xi+1,Xi+2}	{Xi,Xi+1,Xi+2,Xi+3}
0	0.12			
		0.12		
2	0.36		-0.1	
		-0.18		0.026666667
3	0.18		0.033333333	
		-0.08		
5	0.02			

f(x=1) = ¿?

$$f(x) = f_0 + \{x_0, x_1\}(x - x_0) + \{x_0, x_1, x_2\}(x - x_0)(x - x_1) + \{x_0, x_1, x_2, x_3\}(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

f(1)= 0.12+0.12*(1-0) -0.1*(1-2)+ 0.026666667*(1-3) =0.2866667

f(4) = 1- (0.12-0.2866667 – 0.36 – 0.18 – 0.02)= 0.033333

3. Halle las mejores aproximaciones a la integral de la función f(x) desde x=-5 a x=-1. Utilice todos los puntos que se dispone en la siguiente tabla:

k	x	f(x)
1	-5	0.04
2	-4	0.0625
3	-3	0.111111
4	-2	0.25
5	-1	1

a) Por trapecios

b) Por Simpson

```
> x<-(-5):(-1)
> x
[1] -5 -4 -3 -2 -1
> y<-c(0.04,0.0625,0.111111,0.25,1)
```

a) Por trapecios

```
> T1<-(2/2)*(y[1]+2*y[3]+y[5])
> T1
[1] 1.262222
> T2<-(1/2)*(y[1]+2*(y[2]+y[3]+y[4])+y[5])
> T2
[1] 0.943611

Extrapolación en trapecios:

> T<-(4*T2-T1)/3
> T
[1] 0.8374073
```

b) Por Simpson

```
> S1<-(2/3)*(y[1]+4*y[3]+y[5])
> S1
[1] 0.9896293
> S2<-(1/3)*(y[1]+4*y[2]+2*y[3]+4*y[4]+y[5])
> S2
[1] 0.8374073

Extrapolación en Simpson:

> S<-(2^4*S2-S1)/(2^4-1)
> S
[1] 0.8272592
```

4. Encuentre la solución a la ecuación diferencial por el método Taylor de orden k=2 para x=0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1:

$y' = xy + y^2$, donde y(x) satisface y(0) = -1

Presentar los resultados en una tabla y hacer un gráfico de la función

Taylor de orden k=2

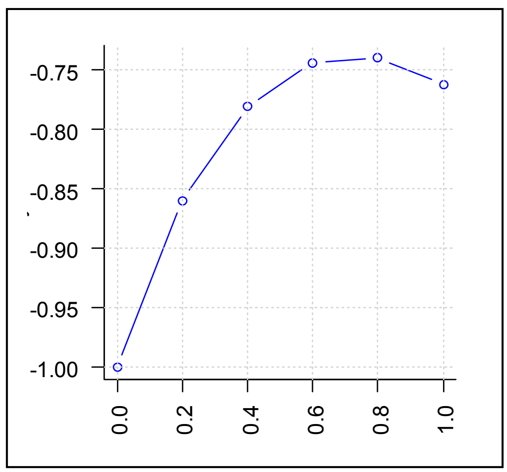
$Y_{i+1}=Y_i + h*Y'_i + h^2*Y''_i /2$

$y' = xy + y^2$
$y''=xy' + y + 2yy'$

h=0.2

		$xy + y^2$	$xy' + y + 2yy'$	$Y_i + h*Y'_i + h^2*Y''_i /2$
i	Xi	Y'i	Y''i	Yi
0	0	1	-3	-1
1	0.2	0.5676	-1.722752	-0.86
2	0.4	0.2975	-1.126574566	-0.78093504
3	0.6	0.1071	-0.839075539	-0.743969427
4	0.8	-0.0449	-0.708887462	-0.739329167
5	1	-0.1811	-0.667405741	-0.76247806

```
f1<-function(x,y)x*y + y^2
f2<-function(x,y)x*f1(x,y)+y+2*y*f1(x,y)
f<-function(x,y)y+h*f1(x,y)+h^2*f2(x,y)/2
x<-NULL;y<-NULL; y1<-NULL; y2<-NULL
y[1]<--1
x[1]<-0
h<-0.2
y1[1]<-f1(x[1],y[1]); y2[1]<-f2(x[1],y[1])
i<-1
for ( i in 2:6){
y[i]<-f(x[i-1],y[i-1])
x[i]<-x[i-1]+h
y1[i]<-f1(x[i],y[i]); y2[i]<-f2(x[i],y[i])
}
print(cbind(x,y1,y2,y))
par(mar=c(3,3,1,1))
plot(x,y,las=2,bty="l",type="b",col="blue")
grid()
```



Puntaje 5 c/u