

Capítulo VIII

INFERENCIA ESTADÍSTICA

Es una rama de la Estadística que se ocupa de los procedimientos que nos permiten analizar y extraer conclusiones de una población a partir de los datos de una muestra aleatoria, mediante la teoría de las probabilidades y de las distribuciones muestrales. Comprende:

- a) Estimación de parámetros:
 - Estimación puntual
 - Estimación por intervalos
- b) Prueba de hipótesis.

ESTIMACION DE PARAMETROS.

1) ESTIMACION PUNTUAL.- Si θ es un parámetro poblacional (valor desconocido); la estimación puntual o estimador de este parámetro, denotado por $\hat{\theta}$, es una función de las observaciones correspondientes a una muestra aleatoria, es decir:

$$\hat{\theta} = h(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

$\hat{\theta}$ es un estimador puntual de θ

Ejemplo

Si $\theta = \mu$ (media poblacional)

1.- $\hat{\theta}_1 = h_1(X_1, X_2, \dots, X_n) = 1/n (X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \bar{X}$
 $\hat{\theta}_1$ es un estimador de θ

2.- $\hat{\theta}_2 = h_2(X_1, X_2, \dots, X_n) = 1/2 (X_1 + X_n)$
 $\hat{\theta}_2$ es un estimador de θ

Como se puede notar, un mismo parámetro admite muchos estimadores. El mejor estimador a ser elegido, es aquel que cumple con las siguientes propiedades:

Propiedades de un buen estimador.-

1) Debe ser insesgado: $\hat{\theta}$ es un estimador insesgado de θ , si y sólo si:

$$E(\hat{\theta}) = \theta$$

2) Debe ser eficiente: Si θ_1 y θ_2 son dos estimadores insesgados de θ , entonces θ_1 es más eficiente que θ_2 , si y sólo si:

$$\text{Var}(\theta_1) < \text{Var}(\theta_2)$$

3) Debe ser consistente: $\hat{\theta}$ es un estimador consistente de θ , si y sólo si cuando el tamaño de muestra se incrementa, $\hat{\theta}$ se aproxima a θ .

4) Debe ser suficiente: $\hat{\theta}$ es un estimador suficiente de θ , si y sólo si $\hat{\theta}$ contiene la información suficiente para estimar θ .

Ejemplo.- De una población normal con media μ y variancia σ^2 , se extrae una muestra aleatoria: X_1, X_2, \dots, X_n . Probar que la media y variancia muestral son estimadores insesgados de μ y σ^2 respectivamente.

Solución: Se debe probar que $E(\bar{x}) = \mu$ y $E(S^2) = \sigma^2$

$$E[\bar{x}] = E\left[\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}\right] = \frac{1}{n}(E[X_1] + E[X_2] + \dots + E[X_n])$$

$$E[\bar{x}] = \frac{1}{n}(n\mu) = \mu$$

Se sabe que :

$$W = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)gl$$

$$E[W] = n-1$$

$$E\left[\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\right] = n-1$$

$$E[S^2] = \sigma^2$$

2) ESTIMACION POR INTERVALOS.- Consiste en determinar un conjunto de valores, el cual contiene el valor verdadero del parámetro θ , con un nivel de confianza dado: $(1-\alpha)100$

$$C(LIC < \theta < LSC) = 1 - \alpha$$

LIC: límite inferior de confianza

LSC: límite superior de confianza

Intervalo de confianza (θ) = <LIC, LSC>

Basado en los supuestos de distribución normal o aproximadamente normal de la población en estudio y teniendo en cuenta las distribuciones muestrales estudiadas en el capítulo anterior, se puede deducir los siguientes intervalos de confianza:

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ)

GRAFICO figura 123

CASO 1 : Cuando σ^2 es conocida (fig 1.)

Se sabe que:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$P(-Z_0 < Z < Z_0) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-Z_0 < \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < Z_0\right) = 1 - \alpha$$

Límite inferior de confianza :

$$LIC(\mu) = \bar{x} - Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Límite superior de confianza:

$$LSC(\mu) = \bar{x} + Z_0 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

EJEMPLO.- Si de una población normal con media μ desconocida y variancia σ^2 igual a 4, se extrae una muestra de tamaño 25 y se obtiene que el promedio muestral es igual a 8.5 .Un intervalo del 95% de confianza para μ , será:

$$LIC(\mu) = 8.5 - (1.96)(2)/5 = 7.72$$

$$LSC(\mu) = 8.5 + (1.96)(2)/5 = 9.28$$

El intervalo [7.72, 9.28] brinda un 95% de confianza de contener el verdadero valor de μ .

CASO 2 : Cuando σ^2 es desconocida . (fig 2.)

Se sabe que:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)gl$$

$$P(-t_0 < t < t_0) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-t_0 < \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} < t_0\right) = 1 - \alpha$$

Límite inferior de confianza :

$$LIC(\mu) = \bar{x} - t_0 \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Límite superior de confianza:

$$LSC(\mu) = \bar{x} + t_0 \frac{S}{\sqrt{n}}$$

EJEMPLO.- Si de una población normal con media μ y variancia σ^2 , ambas desconocidas; se extrae una muestra de tamaño 25 y se obtiene que el promedio es 7.8 y la variancia muestral 7.6 respectivamente. Un intervalo del 95% de confianza para μ , será:

$$LIC(\mu) = 7.8 - 2.064 (7.6/5) = 6.66$$

$$LSC(\mu) = 7.8 + 2.064 (7.6/5) = 8.94$$

El intervalo [6.66, 8.94] brinda un 95% de confianza de contener el verdadero valor de μ .

Intervalo de confianza para la variancia (σ^2) . (fig 3)

Se sabe que:

$$V = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2 (n-1)gl$$

$$P(V_1 < V < V_2) = 1 - \alpha$$

$$P\left(V_1 < \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < V_2\right) = 1 - \alpha$$

Límite inferior de confianza :

$$LIC(\sigma^2) = \frac{(n-1)S^2}{V_2}$$

Límite superior de confianza:

$$LSC(\sigma^2) = \frac{(n-1)S^2}{V_1}$$

EJEMPLO.- Si de una población normal con variancia desconocida se extrae una muestra de tamaño 24 y se obtiene una variancia muestral igual a 45.8. Un intervalo del 90% de confianza para σ^2 , será:

$$LIC(\sigma^2) = (24-1)45.8/35.172 = 29.95$$

$$LSC(\sigma^2) = (24-1)45.8/13.091 = 80.47$$

El intervalo [29.95, 80.47] brinda un 90% de confianza de contener el verdadero valor de σ^2 .

Intervalo de confianza para la diferencia de medias ($\mu_1 - \mu_2$).

Grafico FIG456

CASO 1 Cuando σ_1^2 y σ_2^2 son conocidas. (fig 4)

Se sabe que:

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

$$P(-Z_0 < Z < Z_0) = 1 - \alpha$$

$$P\left(-z_0 < \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} < z_0\right) = 1 - \alpha$$

Límite inferior de confianza :

$$LIC(\mu_1 - \mu_2) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - z_0 \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Límite superior de confianza:

$$LSC(\mu_1 - \mu_2) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + z_0 \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

EJEMPLO.- Se tiene una población 1, Normal($\mu_1, 14$) y una población 2 Normal($\mu_2, 23$). Se observan muestras de tamaño: 25 y 36 respectivamente, cuyos promedios son 18.7 y 15.8 respectivamente. Hallar un intervalo del 95% de confianza para $(\mu_1 - \mu_2)$.

Solución:

$$LIC(\mu_1 - \mu_2) = (18.7 - 15.8) - 1.96 \sqrt{\frac{14}{25} + \frac{23}{36}} = 0.754$$

$$LSC(\mu_1 - \mu_2) = (18.7 - 15.8) + 1.96 \sqrt{\frac{14}{25} + \frac{23}{36}} = 5.046$$

El intervalo [0.754, 5.046] brinda un 95% de confianza de contener el verdadero valor de $(\mu_1 - \mu_2)$

CASO 2 : Cuando σ_1^2 y σ_2^2 son desconocidas, pero $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$. (fig 5)

Se sabe que:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \sim t_{(n_1 + n_2 - 2)gl}$$

donde:

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$P(-t_0 < t < t_0) = 1 - \alpha$$

$$LIC(\mu_1 - \mu_2) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - t_0 \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

$$LSC(\mu_1 - \mu_2) = (\bar{x}_1 - \bar{x}_2) + t_0 \sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}$$

EJEMPLO.- Se tiene una población 1 Normal(μ_1 , σ_1^2) y una población 2, Normal(μ_2 , σ_2^2). Se extrae muestras de tamaño 10 y 13 respectivamente y se calcula el promedio y la variancia muestral.

promedio muestral : 17.8 y 14.2 respectivamente
variancia muestral : 30.3 y 28.7 respectivamente.

$$S_p^2 = \frac{(10 - 1)30.3 + (13 - 1)28.7}{10 + 13 - 2} = 29.39$$

Un intervalo del 95% de confianza para $(\mu_1 - \mu_2)$, será:

$$LIC(\mu_1 - \mu_2) = (17.8 - 14.2) - 2.080 \sqrt{29.39 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{13} \right)} = -1.14$$

$$LSC(\mu_1 - \mu_2) = (17.8 - 14.2) + 2.080 \sqrt{29.39 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{13} \right)} = 8.34$$

El intervalo [-1.14 , 8.34] brinda un 95% de confianza de contener el verdadero valor de $(\mu_1 - \mu_2)$

Intervalo de confianza para la razón de variancias . (fig 6)

Se sabe que:

$$F = \frac{\sigma_1^2 S_2^2}{\sigma_2^2 S_1^2} \sim F(n_2 - 1, n_1 - 1)gl$$

$$P(f_1 < F < f_2) = 1 - \alpha$$

$$LIC\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = f_1 \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$LSC\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = f_2 \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

EJEMPLO.- Se tiene una población 1 Normal(10, σ_1^2) y una población 2, Normal(μ_2 , σ_2^2). Se extrae muestras de tamaño 8 y 17 respectivamente y se calcula la variancia muestral: 46.5 y 23.4 respectivamente.

Entonces, un intervalo del 98% de confianza para la razón de variancias, población 1 entre población 2 , será:

$$LIC\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = 0.248 \frac{46.5}{23.4} = 0.493$$

$$LSC\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = 6.27 \frac{46.5}{23.4} = 12.460$$

El intervalo [0.493 , 12.460] brinda un 98% de confianza de contener el verdadero valor de la razón de variancias, población 1 entre la población 2

Capitulo IX

PRUEBA DE HIPOTESIS

HIPOTESIS ESTADISTICA.- Es un supuesto sobre la distribución de una variable aleatoria, que necesita ser comprobada para su aceptación o rechazo.

HIPOTESIS PLANTEADA O NULA (H_p o H_0).- es la suposición que se hace acerca de que el parámetro pueda tomar determinado valor.

HIPOTESIS ALTERNANTE (H_a o H_1).- es el complemento de la hipótesis planteada, esta hipótesis es aceptada siempre y cuando la hipótesis planteada es rechazada.

PRUEBA DE HIPOTESIS.- Es un procedimiento estadístico de comprobación de una hipótesis y se realiza utilizando los valores observados que constituyen una muestra.

TIPOS DE ERRORES.- En el procedimiento de prueba de hipótesis se puede incurrir en dos tipos de errores:

- ERROR TIPO I: cuando se rechaza una hipótesis planteada, siendo ésta realmente cierta
- ERROR TIPO II: cuando se acepta una hipótesis planteada, siendo ésta realmente falsa.

DECISION	HIPOTESIS PLANTEADA	
	VERDADERA	FALSA
ACEPTAR	NO HAY ERROR	ERROR TIPO II (β)
RECHAZAR	ERROR TIPO I (α)	NO HAY ERROR

NIVEL DE SIGNIFICACION (α).- Es la probabilidad de cometer error tipo I; es decir, es la probabilidad de rechazar una hipótesis planteada verdadera.

La probabilidad de cometer error tipo II está representado por la letra griega β .

PASOS NECESARIOS PARA REALIZAR UNA PRUEBA DE HIPOTESIS

1. FORMULACION DE LAS HIPOTESIS: H_p, H_a
2. ESTABLECER EL NIVEL DE SIGNIFICACION (α)
3. DETERMINAR LA PRUEBA ESTADISTICA (t, Z, X^2, F) Y LAS ASUNCIONES RESPECTIVAS

En todos los casos las asunciones de la prueba son:

- a) La población de donde se extrae la muestra, es normal
- b) La muestra es extraída al azar

4.- DETERMINAR LAS REGIONES DE ACEPTACION Y RECHAZO DE H_p

5.- REALIZAR EL CALCULO DE LA PRUEBA ESTADISTICA

6.- ESTABLECER LAS CONCLUSIONES DE LA PRUEBA

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA MEDIA DE UNA POBLACION

- | | | |
|--------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1.- $H_p: \mu = k$ | 1.- $H_p: \mu \leq k$ | 1.- $H_p: \mu \geq k$ |
| $H_a: \mu \neq k$ | $H_a: \mu > k$ | $H_a: \mu < k$ |

2.- Determinar nivel de significación, α

3.- Prueba estadística.- puede ser: "Z" ó "t"

CASO 1 .- Cuando σ^2 es conocido

Prueba estadística:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

CASO 2 .- Cuando σ^2 es desconocido

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)gl$$

4.- Regiones de aceptación:
Grafico FIG7.6

5.- Cálculo de la prueba:

$$Z_{cal} = \frac{\bar{x} - k}{\sigma/\sqrt{n}}, \quad \text{o} \quad t_{cal} = \frac{\bar{x} - k}{S/\sqrt{n}}$$

6.- Conclusiones.-

Si el valor calculado en el paso 5, cae en la zona de aceptación; entonces se acepta la hipótesis planteada.

Si el valor calculado en el paso 5, cae en la zona de rechazo; entonces se rechaza la hipótesis planteada.

EJEMPLO.- De una población Normal (μ , 16), se extrajo una muestra de tamaño 23, siendo su promedio muestral de 43.2.

¿ Es la media poblacional diferente de 45? . Use $\alpha=0.05$

1) $H_p: \mu = 45$
 $H_a: \mu \neq 45$

2) $\alpha = 0.05$

3) Prueba estadística: Z

4) Regiones críticas: Dos colas, ver gráfico anterior.

5) $Z_{cal} = \frac{43.2 - 45}{4/\sqrt{23}} = -2.16$

6) Conclusión: Se rechaza H_p

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA VARIANCIA DE UNA POBLACION

$$H_p: \sigma^2 = k$$

$$H_a: \sigma^2 \neq k$$

$$H_p: \sigma^2 \leq k$$

$$H_a: \sigma^2 > k$$

$$H_p: \sigma^2 \geq k$$

$$H_a: \sigma^2 < k$$

$$\text{Prueba estadística } \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)gl}$$

$$\chi^2_{\text{calculado}} = \frac{(n-1)S^2}{k}$$

EJEMPLO.- De una población Normal (μ, σ^2) , se observó una muestra de tamaño 23, cuya variancia muestral resultó 84.6.

Es la variancia poblacional al menos 82? . Use $\alpha=0.05$

1) $H_p: \sigma^2 = 45$

$H_a: \sigma^2 \neq 45$

2) $\alpha = 0.05$

3) Prueba estadística: χ^2

4) Regiones críticas: dos colas, ver gráfico anterior

5) $\chi^2_{\text{calculado}} = \frac{(23-1)84.6}{82} = 22.7$

6) Conclusión: Se acepta H_p

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA RAZON DE VARIANCIAS DE DOS POBLACION

$H_p: \sigma^2_1/\sigma^2_2 = k$	$H_p: \sigma^2_1/\sigma^2_2 \leq k$	$H_p: \sigma^2_1/\sigma^2_2 \geq k$
$H_a: \sigma^2_1/\sigma^2_2 \neq k$	$H_a: \sigma^2_1/\sigma^2_2 > k$	$H_a: \sigma^2_1/\sigma^2_2 < k$

Grafico FIG 13

Prueba estadística:

$$\frac{\sigma_2^2 S_1^2}{\sigma_1^2 S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1) gl$$

$$F_{calculado} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \left(\frac{1}{k} \right)$$

EJEMPLO.- Se tiene una población 1: Normal (μ_1, σ^2_1) y una población 2: Normal (μ_2, σ^2_2) . Se observa muestras de tamaño 8 y 17, respectivamente. Los promedios y variancia muestral son 46.5 y 17.2 respectivamente.

Existe homogeneidad de variancias? . Use $\alpha=0.10$

- 1) $H_p: \sigma^2_1 = \sigma^2_2$
 $H_a: \sigma^2_1 \neq \sigma^2_2$
- 2) $\alpha = 0.10$
- 3) Prueba estadística: F
- 4) Regiones críticas: dos colas, ver gráfico anterior.
- 5) F calculado = $46.5/17.2 = 2.70$
- 6) Conclusión: Se rechaza H_p No existe homogeneidad de variancias.

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA DIFERENCIA DE MEDIAS $(\mu_1 - \mu_2)$

$$\begin{array}{lll} H_p : \mu_1 - \mu_2 = k & H_p : \mu_1 - \mu_2 \leq k & H_p : \mu_1 - \mu_2 \geq k \\ H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq k & H_a : \mu_1 - \mu_2 > k & H_a : \mu_1 - \mu_2 < k \end{array}$$

Grafico FIG 7

CASO 1 Cuando σ^2_1 y σ^2_2 son conocidos

Prueba estadística

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

CASO 2 Cuando σ^2_1 y σ^2_2 son desconocidos

a) Existe homogeneidad de variancias ($\sigma^2_1 = \sigma^2_2$)

Prueba estadística:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \sim t_{(n_1 + n_2 - 2)gl}$$

$$t_{\text{calculado}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - k}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

b) No existe homogeneidad de variancias ($\sigma^2_1 \neq \sigma^2_2$)

Prueba estadística:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)}} \sim t'$$

Regiones críticas

Grafico FIG 19

$$\begin{array}{lll} t_1 = t(\alpha, n_1 - 1) & t_1 = t(2\alpha, n_1 - 1) & t_1 = t(2\alpha, n_1 - 1) \\ t_2 = t(\alpha, n_2 - 1) & t_2 = t(2\alpha, n_2 - 1) & t_2 = t(2\alpha, n_2 - 1) \end{array}$$

$$t'_{\text{tabular}} = \frac{\frac{S_1^2}{n_1} t_1 + \frac{S_2^2}{n_2} t_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$t'_{\text{calculado}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - k}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

EJEMPLO.- Se tiene una población 1, Normal (μ_1, σ^2_1) y una población 2, Normal (μ_2, σ^2_2) . Los tamaños de muestra : 8 y 17 , respectivamente y sus variancias y promedios, respectivamente.

variancia muestral : 46.5 y 17.2

promedio muestral : 15.3 y 12.6

La media de población 1 , excede a la media de la población 2 en tres unidades? . Use $\alpha = 0.05$

1) $H_p: \mu_1 - \mu_2 = 3$

$H_a: \mu_1 - \mu_2 \neq 3$

2) $\alpha = 0.05$

3) Prueba estadística : t' (No existe homogeneidad de variancias)

4) Regiones críticas: dos colas, ver gráfico anterior.

$$t'_{\text{tabular}} = \frac{\frac{46.5}{8} 2.365 + \frac{17.2}{17} 2.12}{\frac{46.5}{8} + \frac{17.2}{17}} = 2.33$$

$$5) \quad t'_{\text{calculado}} = \frac{(15.3 - 12.6) - 3}{\sqrt{\frac{46.5}{8} + \frac{17.2}{17}}} = -0.115$$

6) Conclusión: Se acepta H_p

EJERCICIO

En un estudio de la longitud en centímetros de peces de una especie conocida como Carpa de Singapur (*Cyprinus carpio*); se obtuvo los siguientes datos muestrales:

machos : 46, 42, 55, 49, 40, 45, 39
 hembras : 45, 44, 41, 42, 40, 48, 47, 46

pez	n	Promedio	Variancia	Desviación Estandar
1) Macho	7	45.14	31.14	5.58
2) Hembra	8	44.13	8.41	2.9

Grafico FIG A

a) Hallar e interpretar un intervalo del 90% de confianza para la verdadera longitud media de peces hembras de la especie carpa de singapur.

Solución: Como σ^2 no es conocida. Ver fig. a

$$LIC(\mu_2) = \bar{x} - t_0 \frac{S}{\sqrt{n}} = 44.13 - 1.895 \frac{2.9}{\sqrt{8}} = 42.19 \text{cm}$$

$$LSC(\mu_2) = \bar{x} + t_0 \frac{S}{\sqrt{n}} = 44.13 + 1.895 \frac{2.9}{\sqrt{8}} = 46.07 \text{cm}$$

Intervalo de confianza (μ_2) = [42.19, 46.07]

El intervalo [42.19, 46.07] brinda un 90% de confianza de contener la verdadera longitud media de peces hembras de la especie carpa de singapur.

b) Hallar e interpretar un intervalo del 90% de confianza para la verdadera variancia de la longitud de peces machos

Solución: ver fig. b

$$LIC(\sigma_1^2) = \frac{(n_1 - 1)S_1^2}{w_2} = \frac{(7 - 1)31.14}{12.592} = 14.84$$

$$LIC(\sigma_1^2) = \frac{(n_1 - 1)S_1^2}{w_1} = \frac{(7 - 1)31.14}{1.635} = 114.28$$

El intervalo [14.84, 114.28] brinda un 90% de confianza de contener la verdadera variancia de la longitud de peces machos.

Intervalo de confianza para la desviación estándar

Corresponde a la raíz cuadrada de los límites para la variancia:

$$LIC(\sigma_1) = 3.85 \quad LSC(\sigma_1) = 10.69$$

El intervalo [3.85, 10.69] brinda un 90% de confianza de contener la verdadera desviación estándar de la longitud de peces machos.

c) Hallar e interpretar un intervalo del 95% de confianza para la diferencia de longitudes medias de peces machos, menos peces hembras, conociendo que existe homogeneidad de variancias.

Grafico FIG C

$$S_p^2 = \frac{6(31.14) + 7(8.41)}{13} = 18.9$$

ver fig. c

$$LIC(\mu_1 - \mu_2) = (45.14 - 44.13) - 2.16\sqrt{189.9\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)} = -3.85$$

$$LSC(\mu_1 - \mu_2) = (45.14 - 44.13) + 2.16\sqrt{189.9\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right)} = 5.87$$

El intervalo [-3.85, 5.87] brinda un 95% de confianza de contener la verdadera diferencia ($\mu_1 - \mu_2$)

d) Hallar e interpretar un intervalo del 90% de confianza para la razón de variancias, de peces machos entre peces hembras.

Ver fig. d

$$LIC\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = 0.258\left(\frac{31.14}{8.41}\right) = 0.955$$

$$LIC\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right) = 4.21\left(\frac{31.14}{8.41}\right) = 15.589$$

El intervalo [0.955, 15.589] brinda un 90% de confianza de contener la verdadera razón de variancias.

e) Suponga que Ud. compraría un lote de peces machos si su longitud promedio fuese por lo menos 47 cm. En base a la muestra, cuál sería su decisión? Use $\alpha = 0.05$
Grafico FIG E

Solución: Se debe realizar una prueba de hipótesis

$$1) \quad H_p : \mu_1 \geq 47$$

$$H_a : \mu_1 < 47$$

$$2) \quad \alpha = 0.05$$

3) Prueba estadística: t

Asunciones de la prueba:
- Población normal
- muestra extraida al azar

4) Regiones críticas, ver fig e

$$5) \quad t\text{-calculado} = \frac{45.14 - 47}{\frac{5.58}{\sqrt{7}}} = -0.882$$

6) Conclusión.- Se acepta la H_p . Las evidencias muestrales indican que la longitud promedio de peces machos es por lo menos 47 cms. Debe comprar el lote.

f) Se puede concluir que la desviación estándar poblacional de peces hembras es diferente de 4 cm.? Use $\alpha=0.10$

$$1) \quad H_p : \sigma_2 = 4 \quad \text{equivalente a:} \quad H_p : \sigma_2 = 16 \\ H_a : \sigma_2 \neq 4 \quad \quad \quad H_a : \sigma_2 \neq 16$$

$$2) \quad \alpha = 0.05$$

3) Prueba estadística: X_2

Asunciones de la prueba:
- Población normal
- muestra extraída al azar

4) Regiones críticas, ver fig. f

$$5) \quad \chi^2_{\text{calculado}} = \frac{(8-1)(8.41)}{16} = 3.68$$

6) Conclusión.- Se acepta H_p . Las evidencias muestrales indican que no hay evidencias para concluir que la desviación estándar de peces hembras es diferente de 4 cm.

g) Se puede concluir, que existe homogeneidad de variancias ?.

Use $\alpha=0.10$

Grafico FIG C

$$1) \quad H_p : \sigma^2_1 = \sigma^2_2 \\ H_a : \sigma^2_1 \neq \sigma^2_2$$

$$2) \quad \alpha = 0.10$$

3) Prueba estadística: F . Asunciones de la prueba:

- Población normal
- muestras extraídas al azar

4) Regiones críticas : fig. g

5) F calculado = 31.14/8.41

6) Se acepta H_p . Las evidencias muestrales indican que existe homogeneidad de variancias.

h) Se puede concluir que la longitud media de peces machos supera a la longitud media de peces hembras en promedio, en más de 2 centímetros? Use $\alpha=0.05$

1) $H_p : \mu_1 - \mu_2 \leq 2$
 $H_a : \mu_1 - \mu_2 > 2$

2) $\alpha = 0.05$

3) prueba estadística : t .En g) se demostró que existe homogeneidad de variancias con $\alpha=0.10$

4) Regiones criticas: ver fig. h

$$5) S_p^2 = \frac{6(31.14) + 7(8.41)}{13} = 18.9$$

$$t\text{-calculado} = \frac{(45.14 - 44.13) - 2}{\sqrt{18.9 \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8} \right)}} = -0.44$$

6) Se acepta H_p . No hay evidencias para indicar que la media de machos supera en más de 2 unidades a la media de hembras.